

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Institut für Mechanik



Übungsaufgaben

zur

Technischen Mechanik

- Festigkeitslehre -

IFME

Ausgabe 2016

Copyright / Urheberrechtsbelehrung

© IFME 2016, Institut für Mechanik, Otto-von-Guericke Universität Magdeburg

Sämtliche Texte, Bilder und andere veröffentlichten Informationen unterliegen - sofern nicht anders gekennzeichnet - dem Copyright des IFME oder werden mit Erlaubnis der Rechteinhaber veröffentlicht.

Jede Verlinkung, Vervielfältigung, Verbreitung, Erfassung in optischen oder elektronischen Medien, Sendung und Wieder- bzw. Weitergabe der Inhalte ist ohne schriftliche Genehmigung des IFME ausdrücklich untersagt.

Warenzeichen: Alle Warenzeichen sind Warenzeichen der jeweiligen Eigentümer.

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Fakultät für Maschinenbau

Institut für Mechanik

Übungsaufgaben zur Technischen Mechanik

-Festigkeitslehre-

zum Gebrauch in den Übungen

Zusammengestellt von

Prof. Dr.-Ing.habil. Siegfried Koczyk †
Dr.-Ing. Ingrid Dankert

Inhalt:	Seite
1. Grundlagen	1
2. Zug/Druck, Abscherung	4
3. Flächenmomente	11
4. Biegung	14
5. Torsion	28
6. Querkraftschub, Schubmittelpunkt	36
7. Zusammengesetzte Beanspruchung	41
8. Satz von Castigliano	47
9. Stabilität	57
10. Rotationssymmetrische Spannungszustände	62
11. Dauerfestigkeit	65

1 Grundlagen

1.1

Geg.: Metallstreifen auf Zug beansprucht

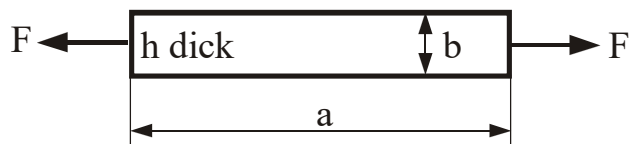
$h = 1 \text{ mm}$

für $F = 0$: $b_0 = 30,012 \text{ mm}$

$a_0 = 100,210 \text{ mm}$

für $F = 6000 \text{ N}$: $b = 29,971 \text{ mm}$

$a = 100,66 \text{ mm}$



Ges.: Elastizitätsmodul E ,
Querkontraktionszahl ν

1.2

Geg.: Gummistreifen mit aufgezeichnetem

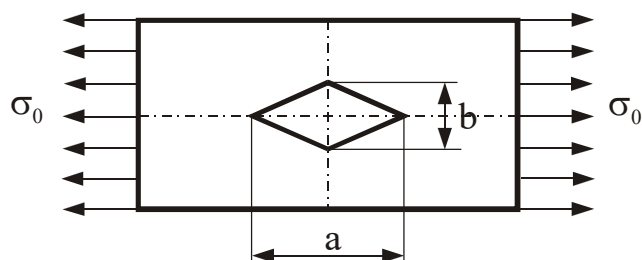
Quadrat

$a_0 = b_0 = 28,28 \text{ mm}$

bei Belastung

$a = 36,3 \text{ mm}$

$b = 24,6 \text{ mm}$



Ges.: Querkontraktionszahl ν

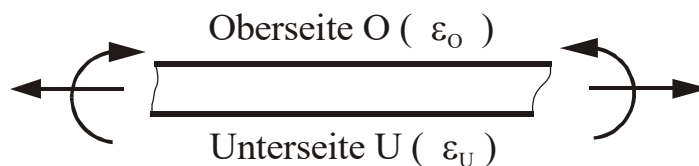
1.3

Geg.: Träger durch Biegemoment und
Längskraft beansprucht

$E = 70,6 \cdot 10^3 \text{ N/mm}^2$

$\varepsilon_o = -0,7 \text{ ‰}$

$\varepsilon_u = +2,8 \text{ ‰}$



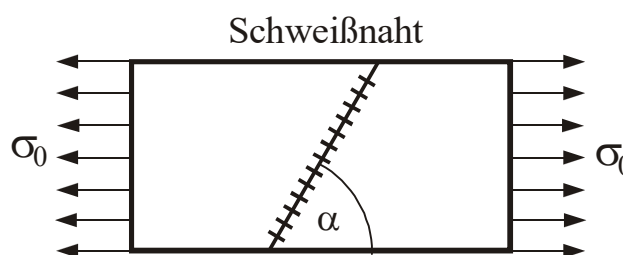
Ges.: 1. Voraussetzungen zur Berechnung
der Spannungen
2. σ_o und σ_u

1.4

Geg.: Blechstreifen mit schrägliegender
Schweißnaht

σ_0 ; $\alpha = 60^\circ$

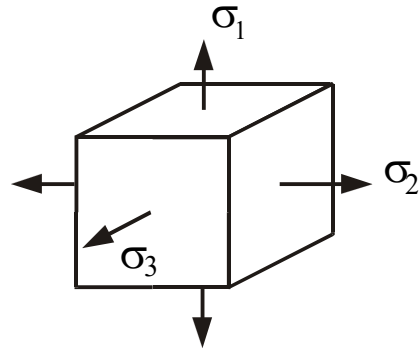
Ges.: σ_α , τ_α



1.5

- Geg.:** a) $\sigma_1, \sigma_2 > 0; \sigma_3 = 0$
 b) $\sigma_1 > 0; \sigma_2 = 0; \sigma_3 < 0$

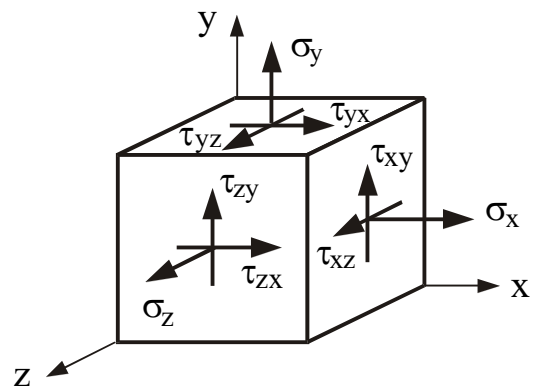
Ges.: τ_{\max} für a) und b)



1.6

- Geg.:** $\sigma_x = 100 \text{ N/mm}^2$ $\tau_{xy} = 0 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma_y = 80 \text{ N/mm}^2$ $\tau_{yz} = 20 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma_z = 90 \text{ N/mm}^2$ $\tau_{zx} = 20 \text{ N/mm}^2$

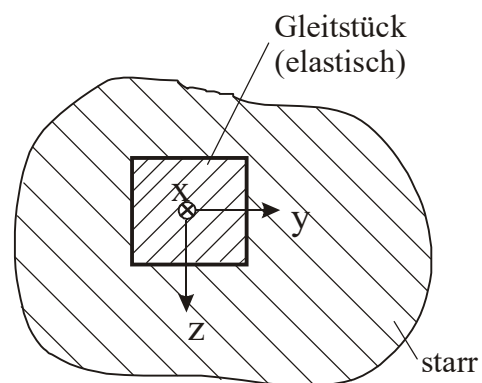
Ges.: Hauptspannungen



1.7

- Geg.:** Für Gleitstück: $\Delta T = 20 \text{ K}$
 $E = 2,06 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 $\nu = 0,3$
 $\alpha_{th} = 11,5 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$

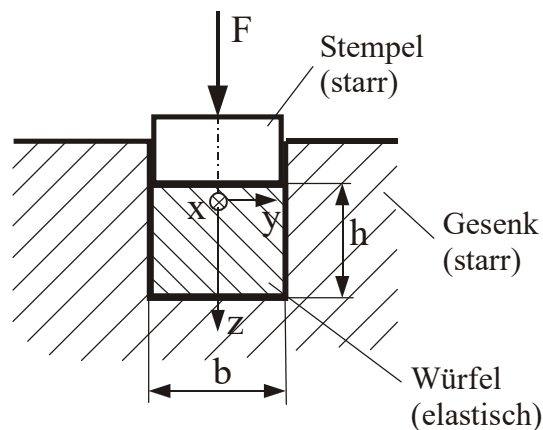
Ges.: $\varepsilon_x, \sigma_y, \sigma_z$ bei Erwärmung des Gleitstücks um ΔT



1.8

Geg.: $h = b = 20 \text{ mm}$, $F = 1500 \text{ N}$
 $E = 10^3 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,4$

Ges.: σ_x , σ_y , σ_z , Δh



1.9

Geg.: Spannungsmessung mittels Dehnungsmeßstreifen

$E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,3$

Dehnungsmessung:

$\varepsilon_a = 0,6 \cdot 10^{-3}$

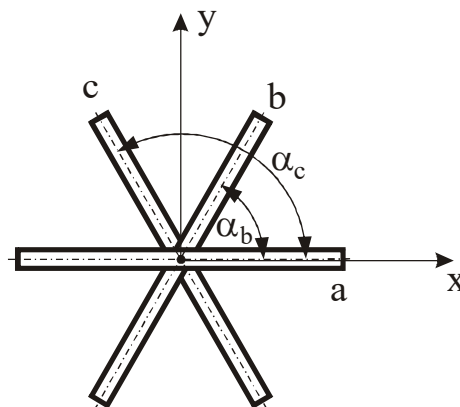
$\varepsilon_b = 0,75 \cdot 10^{-3}$

$\varepsilon_c = -0,4 \cdot 10^{-3}$

Var.A: $\alpha_b = 60^\circ$, $\alpha_c = 120^\circ$

Var.B: $\alpha_b = 45^\circ$, $\alpha_c = 90^\circ$

- Ges.:**
- ε_x , ε_y , γ_{xy} ,
 - σ_x , σ_y , τ_{xy}
 - Hauptdehnungen ε_1 , ε_2 , φ_0
 - Hauptspannungen σ_1 , σ_2 , φ_0 (Größe, Richtung)



1.10

Geg.: $E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,3$

Koordinaten: $x_1 = y_1 = 0$

$x_2 = 100 \text{ mm}$

$y_2 = 50 \text{ mm}$

$x_3 = 60 \text{ mm}$

$y_3 = 120 \text{ mm}$

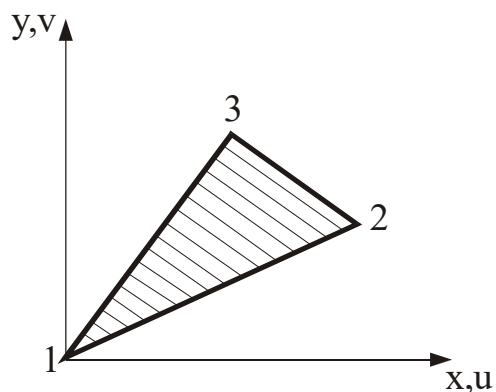
Verschiebungen

lt. Messung $u_1 = 0,05 \text{ mm}$, $v_1 = 0,08 \text{ mm}$

$u_2 = 0,16 \text{ mm}$, $v_2 = 0,12 \text{ mm}$

$u_3 = 0,10 \text{ mm}$, $v_3 = 0,20 \text{ mm}$

- Ges.:** σ_x , σ_y , τ_{xy} im Dreieck 1 2 3
 (Voraussetzung: Spannungen sind konstant)



2 Zug/Druck, Abscherung

2.1

Geg.: Brückenpfeiler

$$F = 2,0 \text{ MN}$$

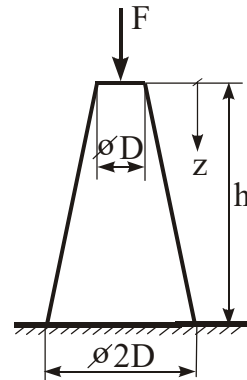
$$D = 500 \text{ mm}$$

$$h = 10 \text{ m}$$

$$\rho = 2,3 \text{ g/cm}^3$$

$$g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

Ges.: $\sigma(z)$, Zahlenwert für $\sigma(z = h)$

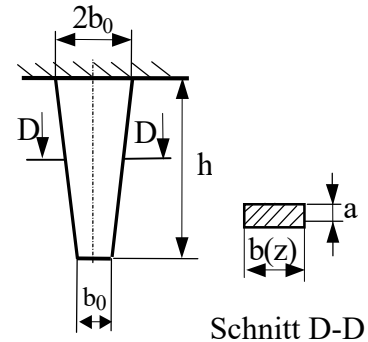


2.2

Ein Stab mit Rechteckquerschnitt (konstante Dicke, linear veränderliche Breite) ist am oberen Ende eingespannt und durch sein Eigengewicht belastet.

Geg.: ρ , E , h , a , b_0

Ges.: 1. Spannung σ_z
2. Spannung an der Einspannstelle
3. Verlängerung des Stabes



2.3

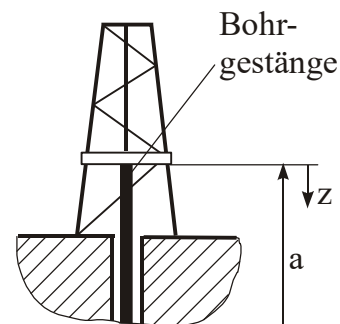
Geg.: Geologische Erkundungsbohrung

$$a = 6000 \text{ m}$$

$$\rho = 7,86 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$$

$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

Ges.: 1. $\sigma_{z\max}$ beim Hochziehen des Bohrgestänges
2. Verschiebung $v_z(z = a)$
3. $\sigma_{z\max}$ für $a = 10\,000 \text{ m}$



2.4

Zugstab vor dem Zerreißen

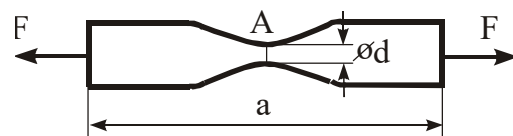
Geg.: $a_0 = 100 \text{ mm}$

$$a = 110 \text{ mm}$$

$$d_0 = 10 \text{ mm}$$

$$d = 7,6 \text{ mm}$$

$$F = 40 \text{ kN}$$

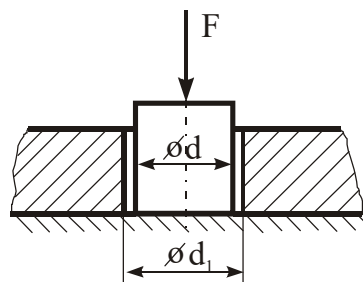


Ges.: 1. σ_B im Querschnitt A
2. mittlere Bruchdehnung ε_{Bm}
3. ε_B in A bei Vernachlässigung der Volumendehnung

2.5

Geg.: $F = 40 \text{ kN}$
 $d = 2 \text{ cm}$
 $E = 2,06 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 $\nu = 0,3$

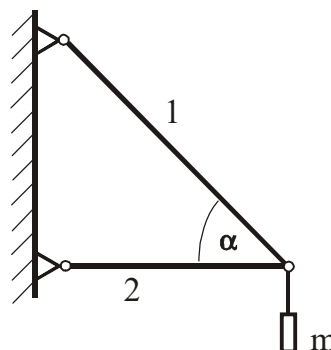
Ges.: d_1 so, daß der Bolzen die Zylinderwand berührt



2.6

Geg.: Hebevorrichtung aus zwei Fachwerkstäben
 $m = 1500 \text{ kg}$
 $\alpha = 30^\circ$
 $\sigma_{zul} = 100 \text{ N/mm}^2$

Ges.: T-Profil nach DIN 1024 für Stab 1

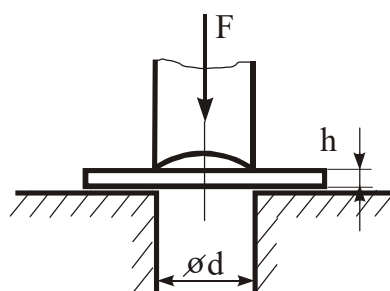


2.7

Stanzen eines Loches

Geg.: $h = 1 \text{ mm}$
 $d = 10 \text{ mm}$
 $\tau_B = 500 \text{ N/mm}^2$

Ges.: Erforderliche Kraft F

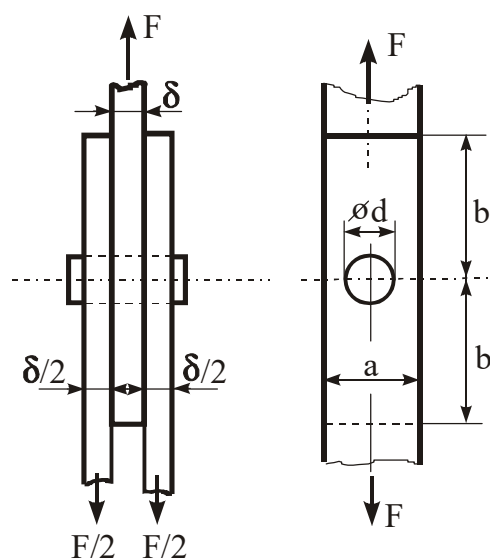


2.8

Geg.: Bolzenverbindung

$F = 20 \text{ kN}$
 $d = 45 \text{ mm}$
 $\delta = 45 \text{ mm}$
 $a = 90 \text{ mm}$
 $b = 50 \text{ mm}$
 $\sigma_{zul} = 50 \text{ N/mm}^2$
 $\tau_{zul} = 30 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma_{Lzul} = 10 \text{ N/mm}^2$

Ges.: Spannungsnachweis
(Es ist mit Nennspannungen zu rechnen.)



2.9

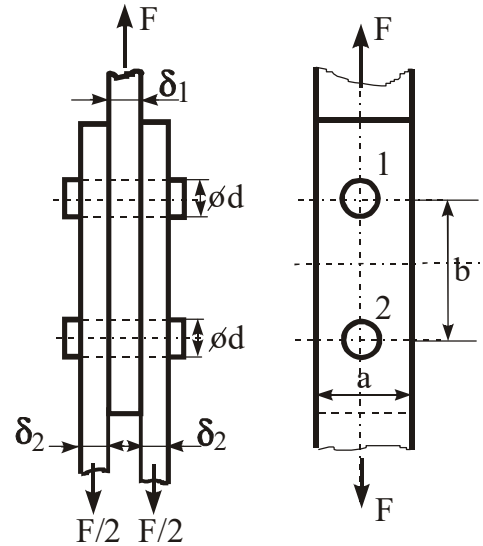
Geg.: Bolzenverbindung

$$F = 10 \text{ kN}$$

$$\delta_1 = 12 \text{ mm}$$

$$\delta_2 = 8 \text{ mm}$$

Ges.: Kräfte F_1 und F_2 , die durch Bolzen 1 bzw. 2 übertragen werden



2.10

Geg.: Dimensionierung einer Buchse,

$$F = 50 \text{ kN}$$

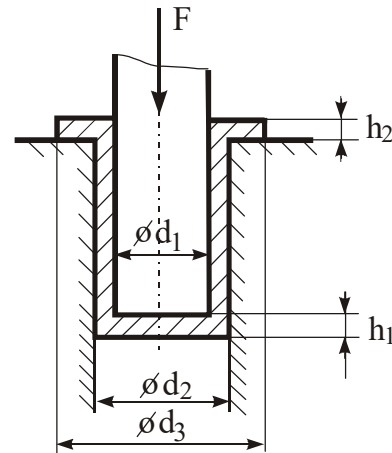
$$\sigma_{zul} = 50 \text{ N/mm}^2$$

$$\tau_{zul} = 25 \text{ N/mm}^2$$

$$p_{1\text{ zul}} = 20 \text{ N/mm}^2 \text{ (Welle-Buchse)}$$

$$p_{2\text{ zul}} = 50 \text{ N/mm}^2 \text{ (Buchse-Grundkörper)}$$

Ges.: d_1, d_2, d_3, h_1, h_2



2.11

Geg.: Abgesetzter Stab mit Spiel

$$E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$A_1 = 8 \text{ cm}^2$$

$$A_2 = 7 \text{ cm}^2$$

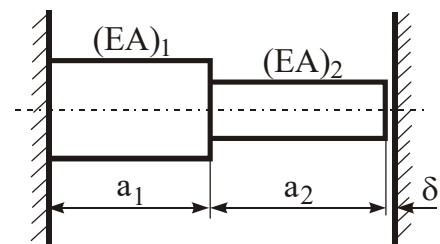
$$a_1 = 2,0 \text{ m}$$

$$a_2 = 1,5 \text{ m}$$

$$\delta = 1,2 \text{ mm} \text{ bei } T = 0$$

$$\alpha_{th} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } ^\circ\text{C}^{-1}$$

$$\Delta T = 40 \text{ K}$$

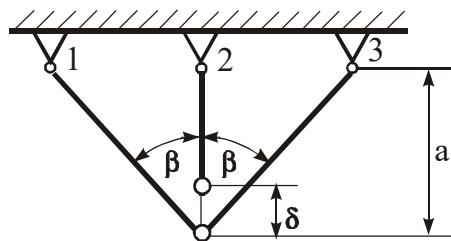


Ges.: 1. F_L bei Erwärmung um ΔT

2. $\sigma_{d\text{ max}}$

2.12

Geg.: $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 alle Stäbe: $A = 400 \text{ mm}^2$
 $a = 60 \text{ cm}$
 $\delta = 1 \text{ mm}$
 $\beta = 30^\circ$

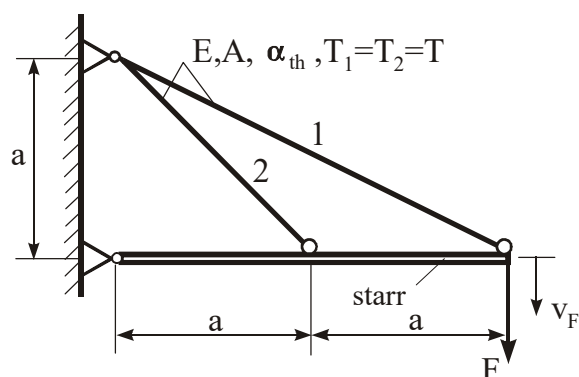


Ges.: 1. Stabkräfte nach Anschluß
 von Stab 2
 2. Spannungen in den 3 Stäben

2.13

Geg.: Balken durch Seile gehalten

$F = 500 \text{ N}$
 $a = 50 \text{ cm}$
 $A = 0,5 \text{ cm}^2$
 $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 $\alpha_{\text{th}} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ } 1/\text{K}$

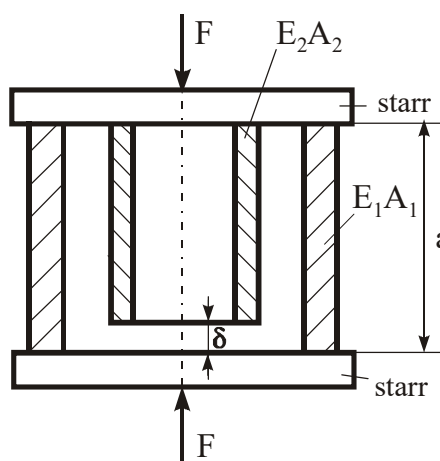


Ges.: 1. σ_1 und σ_2
 2. Temperaturbereich $T_u \leq T \leq T_o$
 so, daß beide Seile beansprucht
 werden (σ_1 bzw. σ_2)
 3. Verschiebungen v_F für T_u bzw. T_o

2.14

Geg.: Durch starre Platten verbundene
 Hohlzylinder
 $F, a, E_1 A_1, E_2 A_2, \delta, \delta \ll a$

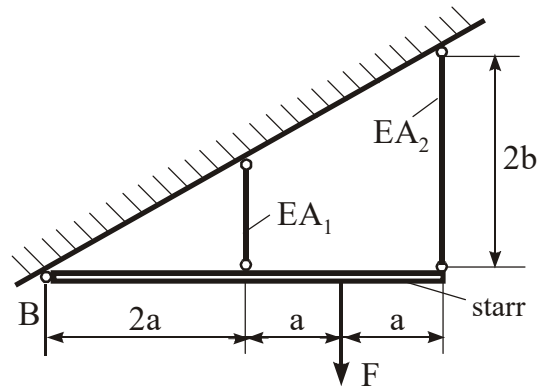
Ges.: 1. F^* , bei der der innere
 Zylinder die Grundplatte
 berührt
 2. Längskräfte F_{L1} und F_{L2}
 in den Zylindern für $F > F^*$
 3. Verschiebung der Platten
 für $F > F^*$



2.15

Geg.: $F = 2000 \text{ N}$
 $b = 1000 \text{ mm}$
 $EA_1 = 1,5 \cdot 10^7 \text{ N}$
 $EA_2 = 2,0 \cdot 10^7 \text{ N}$

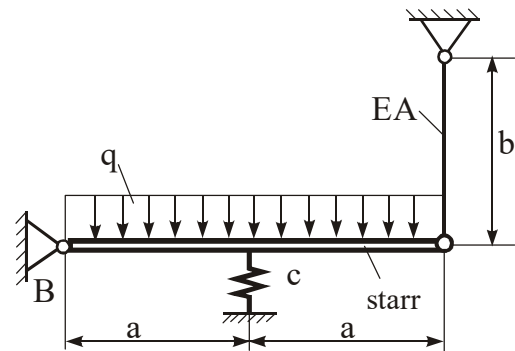
Ges.: 1. Auflager- und Stabkräfte
 2. Verlängerung des Stabes 2



2.16

Geg.: q, EA, a, b
 Federkonstante c

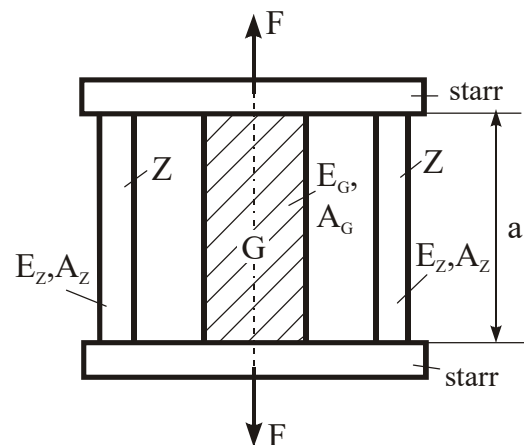
Ges.: Auflagerkraft,
 Stabkraft und Federkraft



2.17

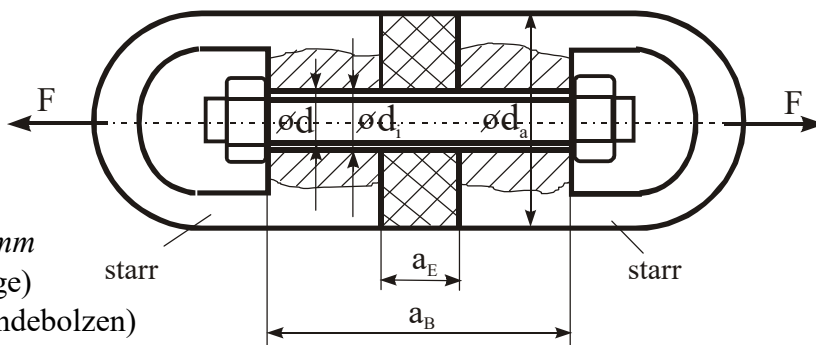
Geg.: $E_Z = 2,06 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 $A_Z = 1960 \text{ mm}^2$
 $E_G = 1,22 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 $A_G = 2,0 \cdot 10^4 \text{ mm}^2$
 $a = 500 \text{ mm}$
 $\sigma_0 = 20 \text{ N/mm}^2$

Ges.: 1. Verkürzung Δa der beiden Zuganker Z, damit in G $\sigma = -\sigma_0$ wird ($F=0$)
 2. Spannungen in Z und G, wenn zusätzlich $F = 40 \text{ kN}$ wirkt
 3. Kraft F, damit in G $\sigma = 0$ wird.



2.18

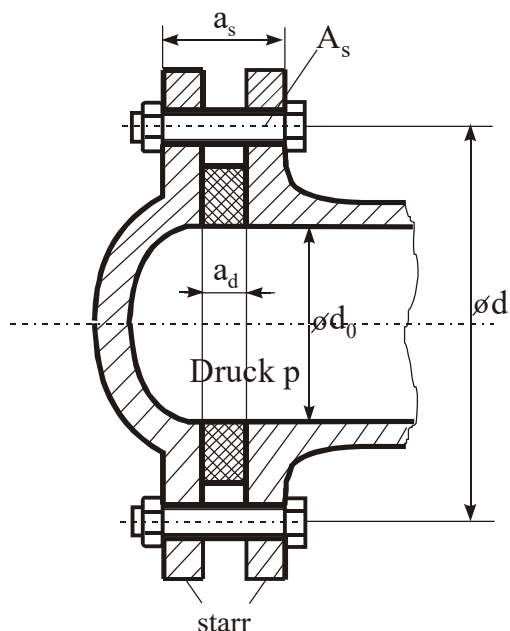
Geg.: $a_B = 150 \text{ mm}$
 $A_E = 12 \text{ mm}$
 $d = 12 \text{ mm}$
 $d_i = 15 \text{ mm}$
 $d_a = 60 \text{ mm}$
 $\sigma_{zul} = 80 \text{ N/mm}^2$
 Gewindesteigung $p = 1,5 \text{ mm}$
 $E_E = 4 \cdot 10^2 \text{ N/mm}^2$ (Einlage)
 $E_B = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ (Gewindebolzen)



Ges.: 1. σ im Schraubenschaft nach Anziehen der Mutter ($1/20$ Umdrehung)
 2. zulässige Kraft F

2.19

Geg.: Flanschverbindung
 $d_0 = 500 \text{ mm}$
 $d_1 = 550 \text{ mm}$
 $a_s = 52 \text{ mm}$
 $a_d = 2 \text{ mm}$
 $A_s = 201 \text{ mm}^2$
 Anzahl der Schrauben $n = 36$
 $E_s = 2,06 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 $E_d = 1,25 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$



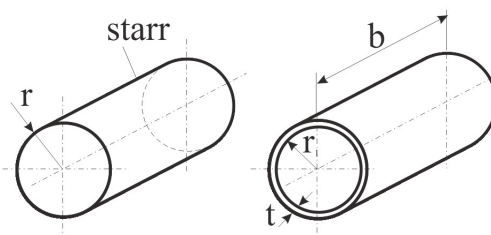
Ges.: 1. Für $p = 0$ sei der Dichtungsdruck $p_{d0} = 20 \text{ N/mm}^2$
 Wie groß sind die Schraubenkräfte?
 2. Dichtungsdruck p_d , wenn zusätzlich $p = 2 \text{ N/mm}^2$ ist.

2.20

Ein dünner Kreisring mit Rechteckquerschnitt (Breite b , Dicke t) wird erwärmt und auf ein starres Rad aufgezogen.

Geg.: $E, r, b, t, \alpha_T, \delta, r_1 = r - \delta, \delta \ll r$

Ges.: 1. Erforderliche Temperaturdifferenz ΔT für das Aufschrumpfen.
 2. Wie groß ist die Zugspannung im Ring, wenn er sich auf die Ausgangstemperatur abgekühlt hat?
 3. Wie groß ist dann der Anpressdruck p des Ringes auf das Rad?

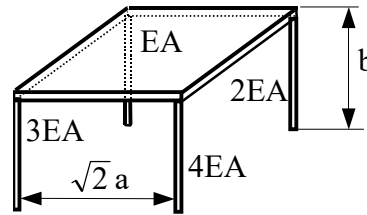


2.21

Eine **starre quadratische** Platte (Eigengewicht F_G) ist auf vier gleichlangen elastischen Stützen unterschiedlicher Dehnsteifigkeit gelagert.

Geg.: F_G , a , b , EA

Ges.: 1. Die Kräfte in den vier Stützen,
2. die Absenkung w der Plattenmitte.

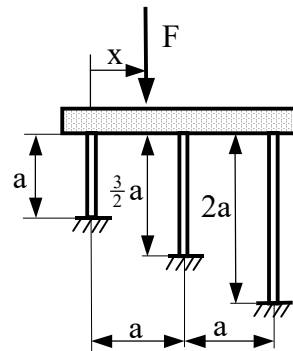


2.22

Auf drei Pfosten gleicher Dehnsteifigkeit liegt ein starrer Balken.

Geg.: F , a , EA

Ges.: 1. An welcher Stelle x muß die Kraft F angreifen, damit der Balken in horizontaler Lage verbleibt?
2. Wie groß sind dann die Spannungen in den Pfosten?
3. Welche Schrägstellung des Balkens tritt für $x = \frac{2}{3}a$ auf?

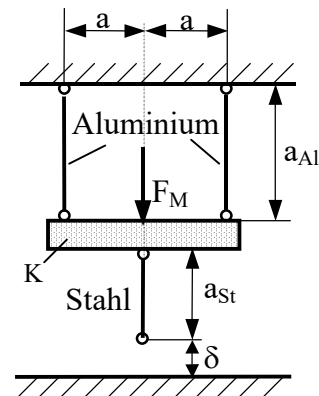


2.23

In der Lagerungskonstruktion für den starren Körper K ist der untere Stützstab um δ zu kurz geraten. Bei der Montage muß eine Kraft F_M aufgebracht werden, damit der untere Stab den Boden berührt. Nach der Montage wird F_M wieder entfernt. Alle Stäbe haben den gleichen Durchmesser d .

Geg.: $a_{Al} = 1\text{ m}$, $a_{St} = 1,5\text{ m}$, $d = 2\text{ mm}$, $\delta = 5\text{ mm}$
 $E_{Al} = 0,7 \cdot 10^5\text{ N/mm}^2$, $E_{St} = 2,1 \cdot 10^5\text{ N/mm}^2$

Ges.: 1. Wie groß ist die Montagekraft F_M ?
2. Wie groß sind die Stabkräfte nach der Montage?
3. Wie groß ist die Absenkung des Körpers K nach der Montage?

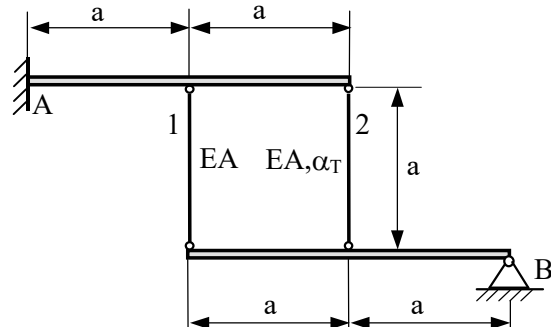


2.24

Zwei starre Balken sind durch zwei elastische Stäbe miteinander verbunden und in A und B gelagert. Stab 2 wird um ΔT erwärmt.

Geg.: EA , α_T , ΔT , a

Ges.: Wie groß sind die Stabkräfte?

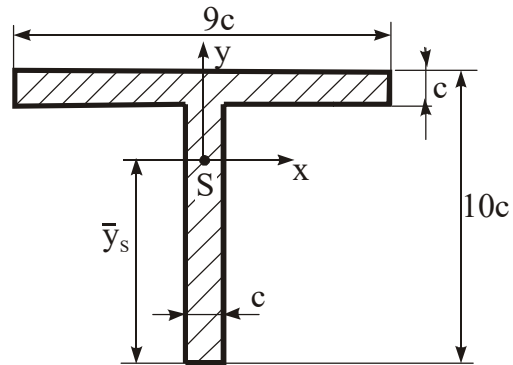


3 Flächenmomente 2. Ordnung (Flächenträgheitsmomente)

3.1

Geg.: c

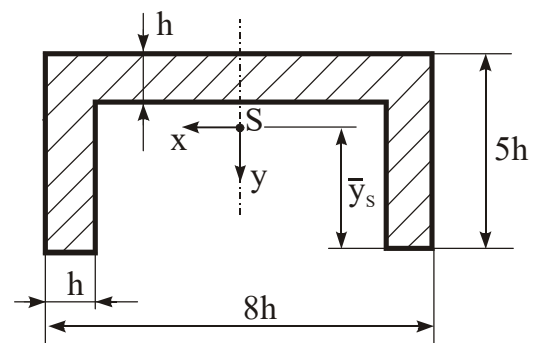
Ges.: 1. Lage des Schwerpunktes
2. Flächenmomente



3.2

Geg.: h

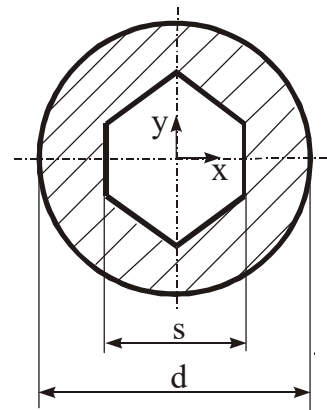
Ges.: 1. Lage des Schwerpunktes
2. Flächenmomente



3.3

Geg.: d, s

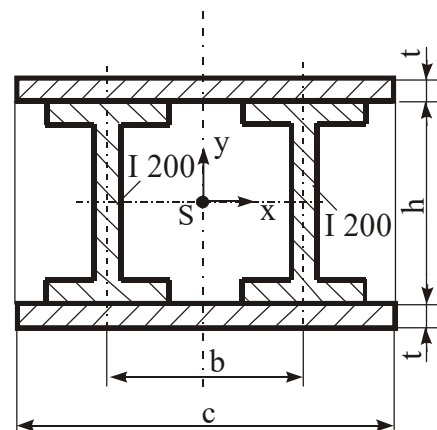
Ges.: Flächenmomente



3.4

Geg.: $b = 300 \text{ mm}$
 $c = 400 \text{ mm}$
 $t = 10 \text{ mm}$
I 200 DIN 1025

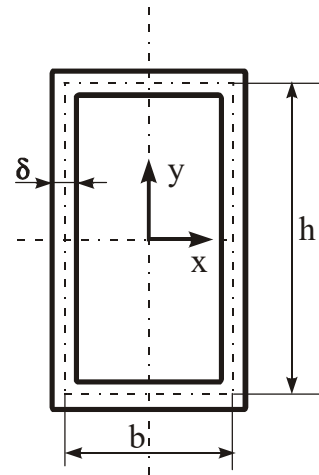
Ges.: Flächenmomente



3.5

Geg.: $b = 20 \text{ mm}$
 $h = 40 \text{ mm}$
 $\delta = 2 \text{ mm}$

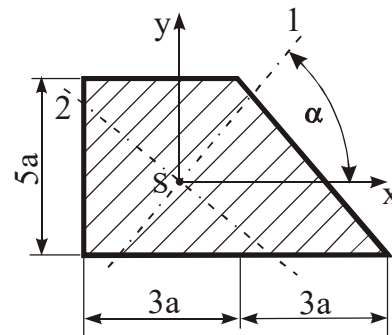
Ges.: I_{xx}, I_{yy}
 1. als dickwandiger Träger
 2. als dünnwandiger Träger
 3. Vernachlässigungen bei 2.
 gegenüber 1.



3.6

Geg.: a

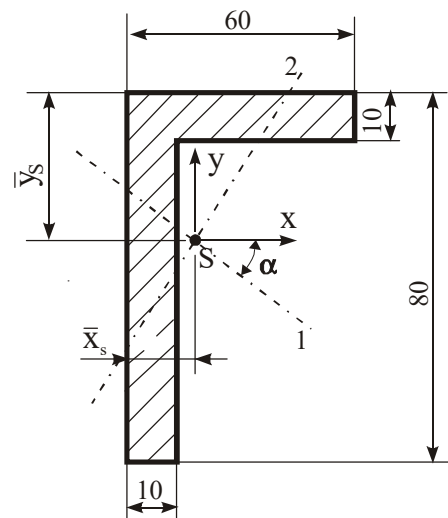
Ges.: 1. Schwerpunktlage
 2. I_{xx}, I_{yy}, I_{xy}
 3. Hauptflächenmomente,
 Richtung der Hauptachsen (Winkel α)



3.7

Geg.: Skizzierter Querschnitt
 (Maße in mm)

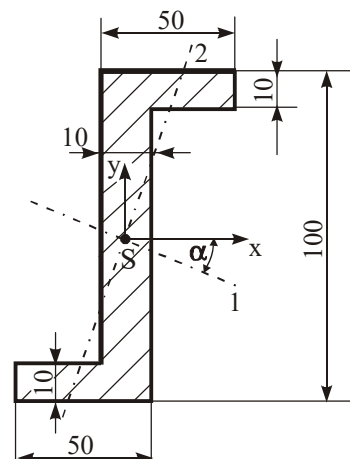
Ges.: 1. Fläche A
 2. Lage des Schwerpunktes (\bar{x}_s, \bar{y}_s)
 3. I_{xx}, I_{yy}, I_{xy}
 4. Hauptflächenmomente I_1, I_2
 5. Winkel α



3.8

Geg.: Skizzierter Querschnitt
 (Maße in mm)

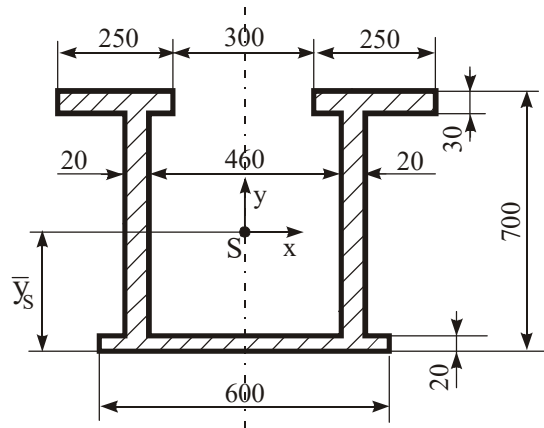
Ges.: 1. A
 2. I_{xx}, I_{yy}, I_{xy}
 3. I_1, I_2, α



3.9

Geg.: Skizzierter Querschnitt
(Maße in *mm*)

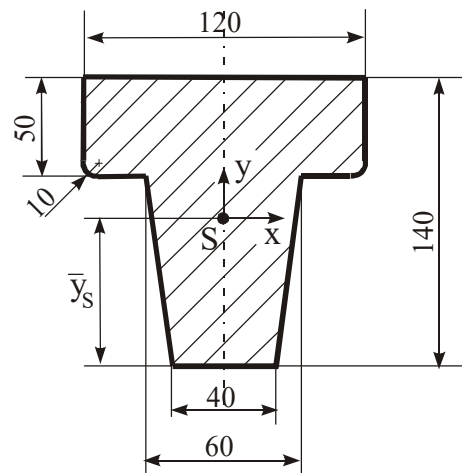
Ges.: 1. A , \bar{y}_S
2. I_1 , I_2



3.10

Geg.: Skizzierter Querschnitt
(Maße in *mm*)

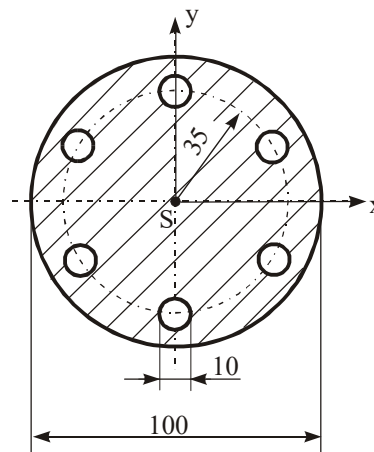
Ges.: 1. A , \bar{y}_S
2. I_1 , I_2



3.11

Geg.: Querschnitt mit 6 symmetrisch
angeordneten Bohrungen
(Maße in *mm*)

Ges.: 1. Querschnittsfläche A
2. Hauptflächenmomente
 I_1 und I_2

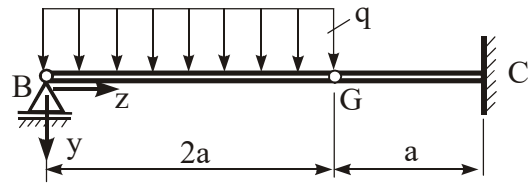


4 Biegung

4.1

Geg.: q , a , Querschnitt Aufg. 3.2

- Ges.:**
1. Auflagerreaktionen
 2. Schnittgrößen
 3. Max. Biegemoment
 4. Biegespannungsverteilung im am stärksten beanspruchten Querschnitt



4.2

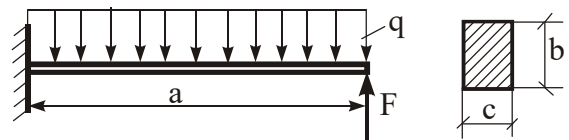
Geg.: $a = 1 \text{ m}$

$$b/c = 2$$

$$q = 10 \text{ N/mm}$$

$$F = 4000 \text{ N}$$

$$\sigma_{\text{zul}} = 200 \text{ N/mm}^2$$

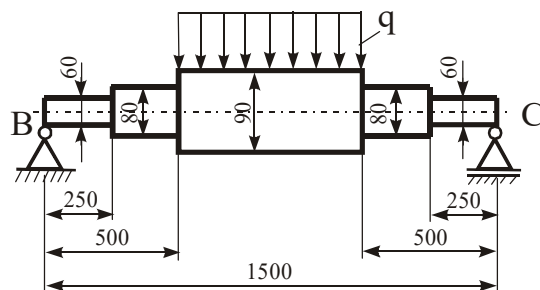


- Ges.:**
1. Querkraft- und Momentenverlauf (Skizze)
 2. Abmessungen des Querschnitts

4.3

Geg.: Abmessungen der Welle nach Skizze, $q = 40 \text{ N/mm}$

- Ges.:**
1. Verlauf der Schnittgrößen
 2. Verlauf der maximalen Biegespannungen (Nennspannungen)



4.4

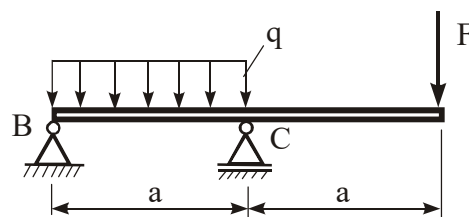
Geg.: $q = 10 \text{ N/mm}$, $F = 1500 \text{ N}$

$$\sigma_{\text{zul}} = 100 \text{ N/mm}^2$$

$$a = 600 \text{ mm}$$

Querschnitt wie Aufg. 3.1

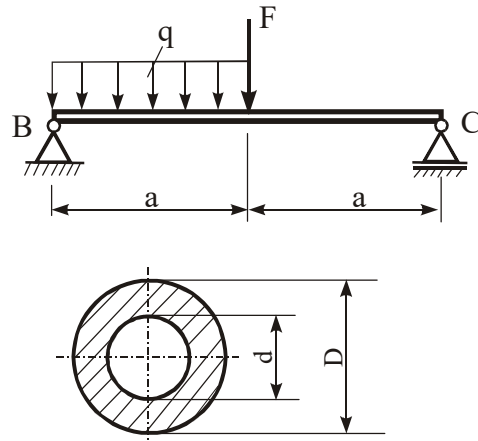
- Ges.:**
1. Schnittgrößen und max. Biegemoment
 2. Abmessung c , Verlauf der Biegespannungen im am stärksten beanspruchten Querschnitt



4.5

Geg.: $F = 2 \text{ kN}$, $q = 4 \text{ kN/m}$
 $\sigma_{\text{zul}} = 115 \text{ N/mm}^2$, $a = 1 \text{ m}$
 $D/d = 4/3$

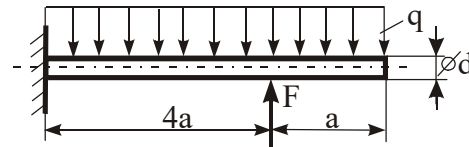
Ges.: 1. Auflagerreaktionen
 2. Schnittgrößen
 3. Abmessungen des Querschnitts



4.6

Geg.: $a = 500 \text{ mm}$
 $d = 50 \text{ mm}$
 $\sigma_{\text{zul}} = 100 \text{ N/mm}^2$

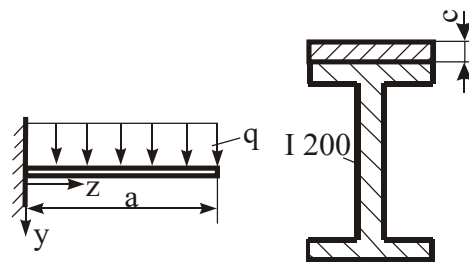
Ges.: Belastung q , damit σ_{zul} an keiner Stelle überschritten wird, wenn 1. $F = 3 qa$
 2. $F = 2 qa$ ist.



4.7

Geg.: I 200 DIN 1025
 $c = 10 \text{ mm}$

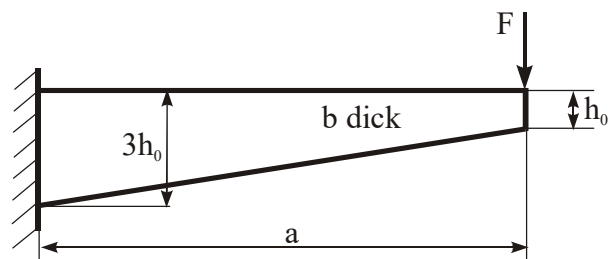
Ges.: 1. $\sigma_b(y)$ für $z = 0$
 a) für den unverstärkten Träger
 b) für den verstärkten Träger
 2. prozentuale Absenkung der maximalen Zugspannung



4.8

Geg.: F , a , h_0 , b ($h_0 \ll a$)

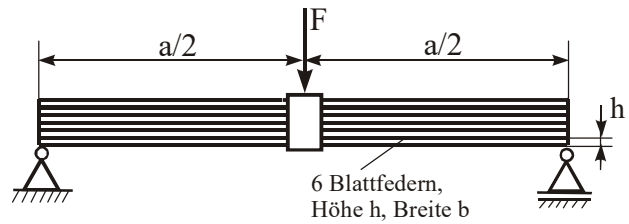
Ges.: Ort und Größe der max. Biegespannung



4.9

Geg.: $F = 2 \text{ kN}$, $a = 80 \text{ cm}$,
 $h = 0,5 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$

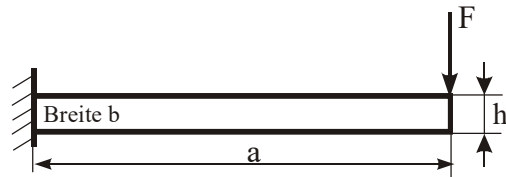
Ges.: 1. $\sigma_{b\max}$
 2. Spannungsverlauf im
 Gesamtquerschnitt



4.10

Geg.: F , a , σ_{zul} , ρ (Dichte)

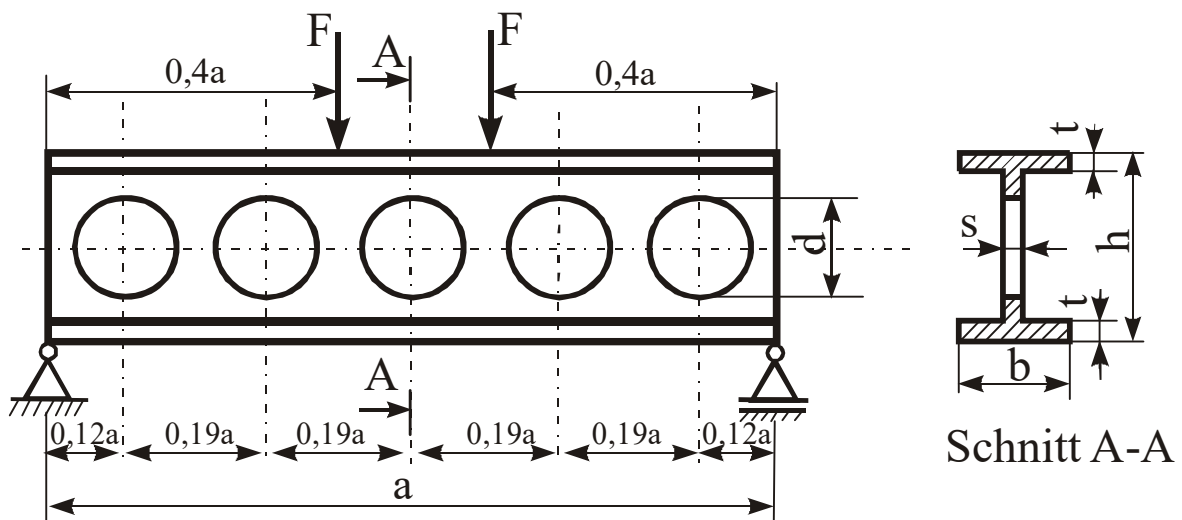
Ges.: 1. Masse m des Trägers als
 Funktion von h
 2. Erforderliches b für
 ein vorgegebenes h
 3. Warum kann man h nicht
 beliebig vergrößern ?



4.11

Geg.: $a = 100 \text{ cm}$, $d = 15 \text{ cm}$, $h = 20 \text{ cm}$, $b = 5 \text{ cm}$, $t = 1 \text{ cm}$, $s = 0,8 \text{ cm}$, $F = 20 \text{ kN}$,
 $\rho = 7,85 \text{ g/cm}^3$

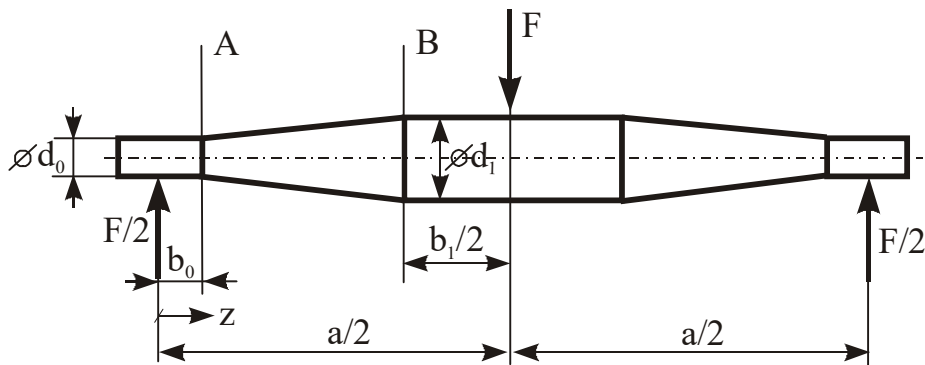
Ges.: 1. $\sigma_{b\max}$
 2. $\sigma_{b\max}^*$ für Träger ohne Löcher
 3. Masse m und Masse m^* des Trägers ohne Löcher



4.12

Geg.: $a = 800 \text{ mm}$
 $b_1 = 300 \text{ mm}$
 $b_0 = 50 \text{ mm}$
 $F = 50 \text{ kN}$
 $\sigma_{zul} = 80 \text{ N/mm}^2$

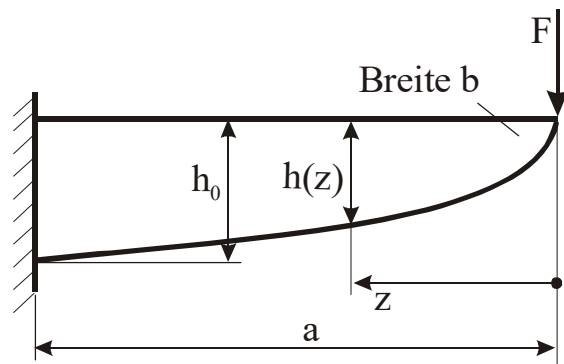
Ges.: $d_0, d_1, d(z)$ zwischen A und B so,
 daß überall $\sigma_{bmax} = \sigma_{zul}$ wird



4.13

Geg.: $F = 50 \text{ kN}$
 $a = 200 \text{ mm}$
 $b = 20 \text{ mm}$
 $\sigma_{zul} = 100 \text{ N/mm}^2$

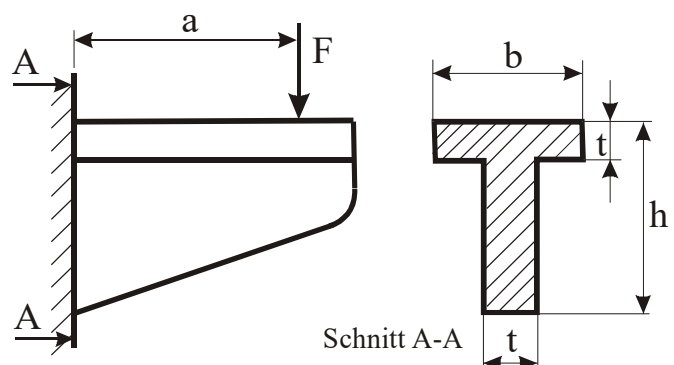
Ges.: Verlauf der Höhe $h(z)$ bei konstanter Breite b , so daß überall $\sigma_{bmax} = \sigma_{zul}$ wird.



4.14

Geg.: Konsole aus Grauguß
 $t = 20 \text{ mm}$
 $a = 500 \text{ mm}$
 $F = 120 \text{ kN}$
 $\sigma_{zul} = 60 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma_{dzul} = 150 \text{ N/mm}^2$

Ges.: b und h im Schnitt A-A so, daß $\sigma_{zmax} = \sigma_{zul}$ und $\sigma_{dmax} = \sigma_{dzul}$ wird.



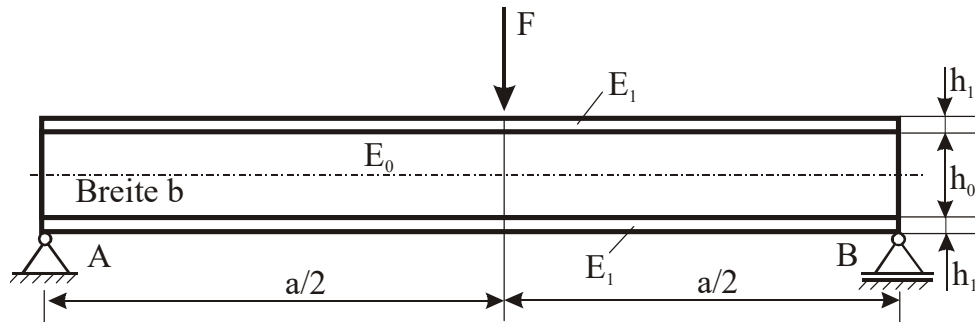
4.15

Geg.: Balken aus plattiertem Material

$$a = 200 \text{ mm}, h_0 = 12 \text{ mm}, h_1 = 1 \text{ mm}, b = 20 \text{ mm}$$

$$F = 1 \text{ kN}, E_0 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2, E_1 = 1,2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

Ges.: 1. Spannungsverlauf im Querschnitt an der Laststelle
2. Maximale Spannungen im Grund- und Deckmaterial



4.16

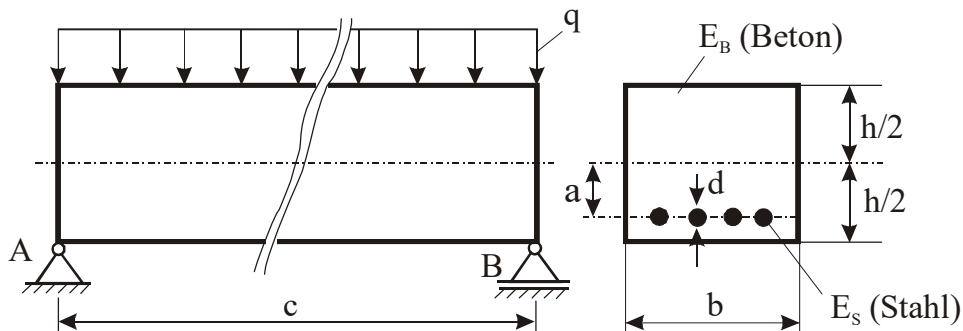
Geg.: Betonbalken mit Stahleinlagen

$$q = 1 \text{ kN/cm}, c = 2 \text{ m}, b = 200 \text{ mm}, h = 400 \text{ mm}, a = 180 \text{ mm},$$

$$E_B = 3,5 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2, E_S = 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

4 Stahleinlagen $d = 10 \text{ mm}$

Ges.: 1. Spannungsverlauf im Querschnitt in der Mitte des Balkens
2. Maximale Druck- und Zugspannungen im Beton und Spannung in den Stahleinlagen ($d \ll b, h$)



4.17

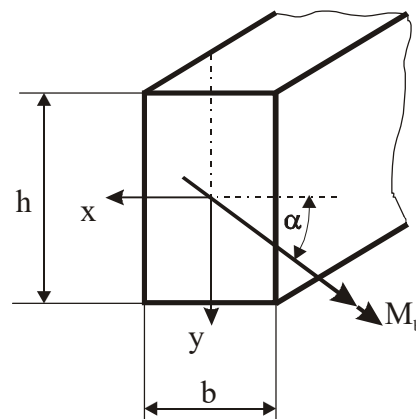
Geg.: $b = 40 \text{ mm}$

$$h = 60 \text{ mm}$$

$$M_b = 1000 \text{ Nm}$$

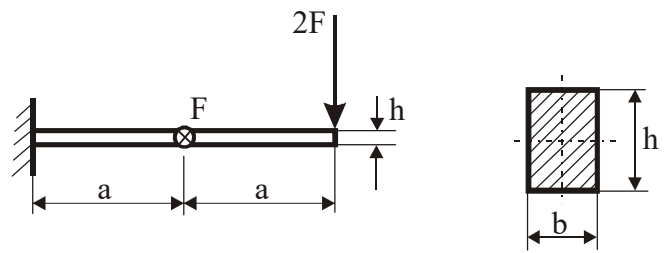
$$\alpha = 30^\circ$$

Ges.: 1. Spannungsverteilung
2. Spannungsnulllinie
3. σ_{zmax}



4.18

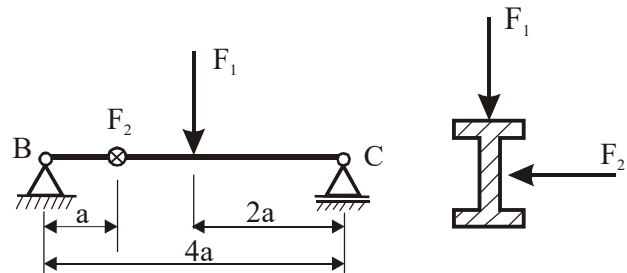
Geg.: $F = 3000 \text{ N}$
 $a = 800 \text{ mm}$
 $h = 100 \text{ mm}$
 $\sigma_{zul} = 140 \text{ N/mm}^2$



Ges.: Erforderliche Breite b

4.19

Geg.: $F_1 = 7 \cdot 10^3 \text{ N}$
 $F_2 = 3,5 \cdot 10^3 \text{ N}$
 $a = 1 \text{ m}$
 Profil I 160 nach DIN 1025



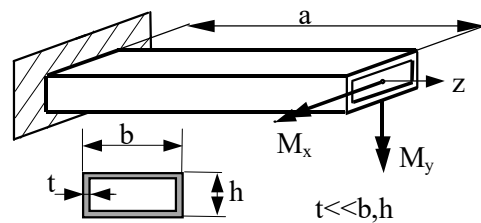
Ges.: 1. Auflagerkräfte
 2. Biegemomentenverläufe
 3. Spannungsverteilung und σ_{zmax} bei F_1 und F_2

4.20

Ein Kragträger mit dünnwandigem Rechteckquerschnitt wird durch die Momente M_x und M_y belastet.

Geg.: $F, a, t, h; M_x = Fa, M_y = 2Fa, b = 2h$

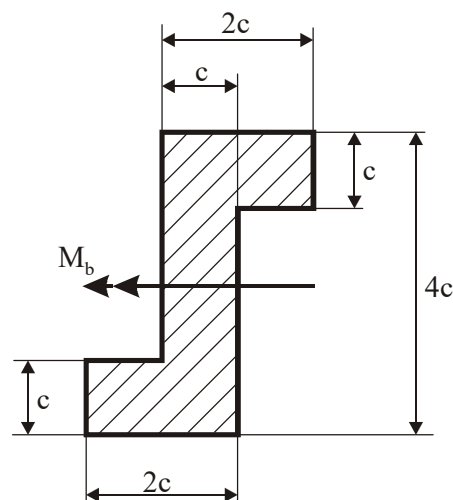
Ges.: Man ermittle die Normalspannungsverteilung über den Querschnitt und stelle diese grafisch dar.



4.21

Geg.: M_b, c

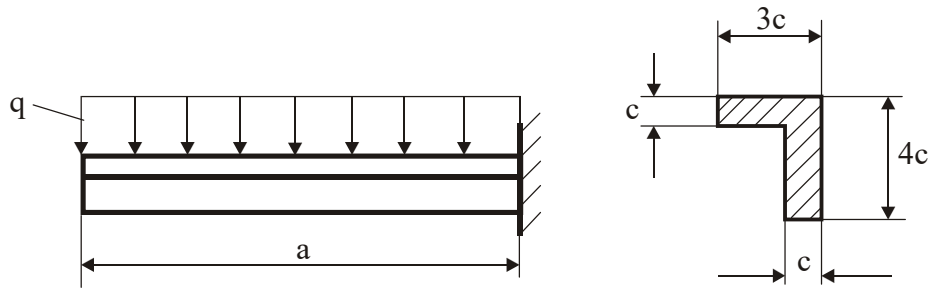
Ges.: 1. Spannungsverteilung
 2. Spannungsnulllinie
 3. Maximalspannung σ_{zmax}



4.22

Geg.: $q = 4000 \text{ N/m}$
 $a = 1 \text{ m}$
 $c = 20 \text{ mm}$

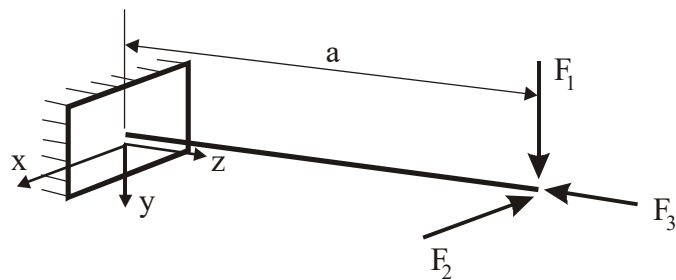
Ges.: Ort und Größe
 von $|\sigma_z|_{\max}$



4.23

Geg.: $F_1 = F_2 = F_3 = 10^4 \text{ N}$
 $a = 100 \text{ mm}$
 Profil nach Aufg. 3.7

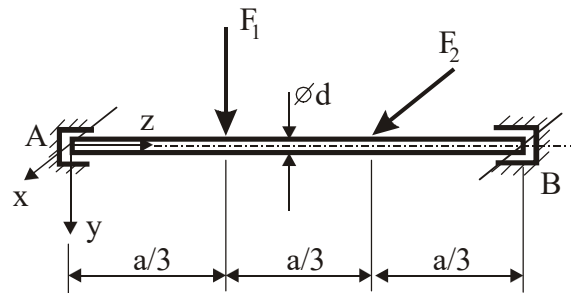
Ges.: 1. $\sigma_z(x,y)$ im Einspann-
 querschnitt
 2. Max. Zugspannung $\sigma_{z\max}$



4.24

Geg.: $a = 300 \text{ mm}$
 $d = 40 \text{ mm}$
 $F_1 = 1 \text{ kN}$
 $F_2 = 1,2 \text{ kN}$

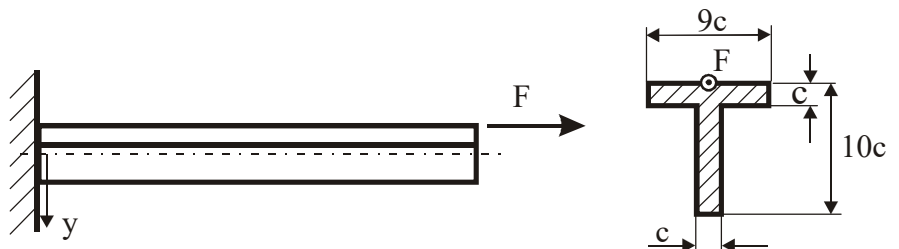
Ges.: 1. $\sigma_{z\max}$ an den Last-
 eintragungstellen
 2. Ist ein weiterer maximaler
 Wert $\sigma_{z\max}$ zwischen
 F_1 und F_2 möglich?



4.25

Geg.: $F = 40 \text{ kN}$,
 $c = 10 \text{ mm}$

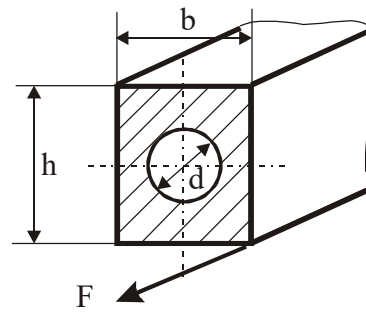
Ges.: 1. $\sigma(y)$
 2. Spannungsnulllinie
 3. $\sigma_{z\max}$



4.26

Geg.: $b = 60 \text{ mm}$
 $h = 80 \text{ mm}$
 $d = 40 \text{ mm}$
 $\sigma_{zul} = 140 \text{ N/mm}^2$

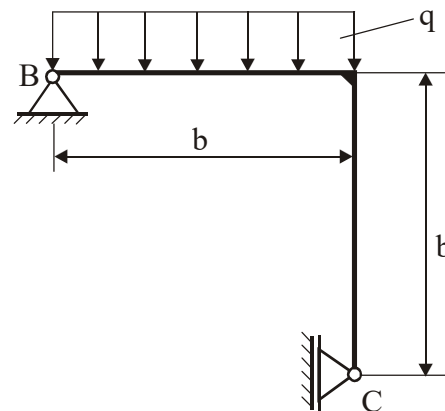
Ges.: Zulässige Kraft



4.27

Geg.: $q = 10 \text{ kN/m}$
 $b = 1 \text{ m}$
 $\sigma_{zul} = 160 \text{ N/mm}^2$

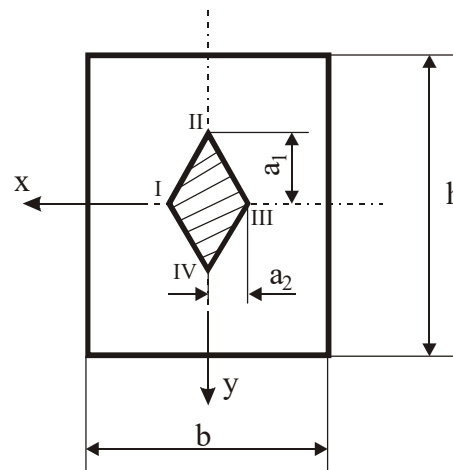
Ges.: 1. Schnittgrößenverläufe
 2. Erforderliches I-Profil
 nach DIN 1025



4.28

Geg.: Rechteckquerschnitt b, h

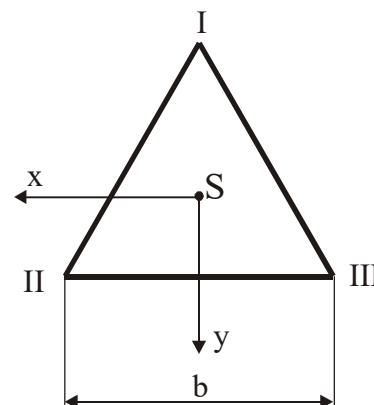
Ges.: Kernquerschnitt I, II, III, IV



4.29

Geg.: Gleichseitiges Dreieck, b

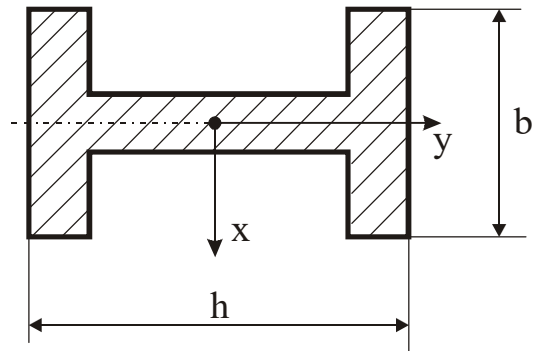
Ges.: Kernquerschnitt



4.30

Geg.: I-Profil, I_{xx} , I_{yy} , A , h , b

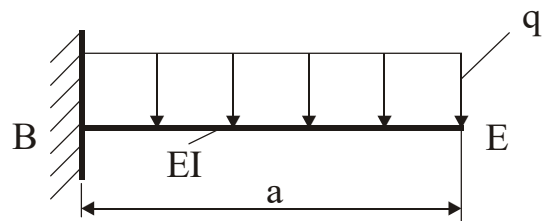
Ges.: Kernquerschnitt



4.31

Geg.: q , a , EI

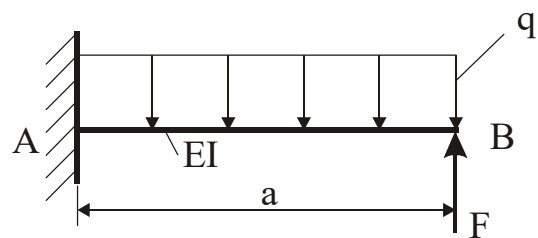
Ges.: 1. Gleichung der elastischen Linie
2. Vertikalverschiebung v_E des Punktes E



4.32

Geg.: q , a , EI , F

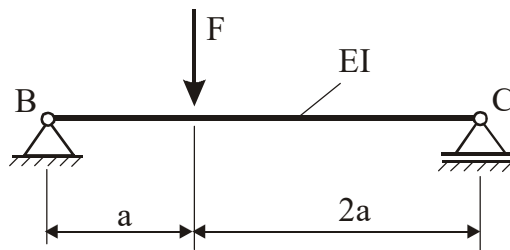
Ges.: 1. Gleichung der elastischen Linie
2. Kraft F , so daß $v_B = 0$ wird



4.33

Geg.: a , F , EI

Ges.: 1. Auflagerkräfte
2. Momentenverlauf
3. Gleichung der elastischen Linie
4. Verschiebung v_F bei F



4.34

Geg.: $F = 1000 \text{ N}$

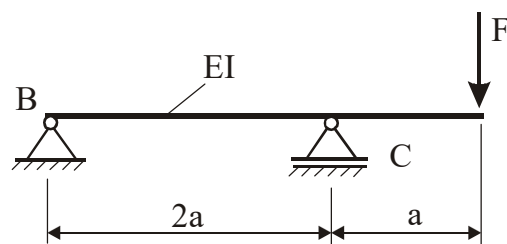
$a = 2 \text{ m}$

Querschnitt nach Aufg. 3.1

mit $c = 10 \text{ mm}$

$E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

Ges.: 1. Gleichung der elastischen Linie



2. Verschiebung v_F bei F

4.35

Geg.: $q_0 = 50 \text{ kN/m}$

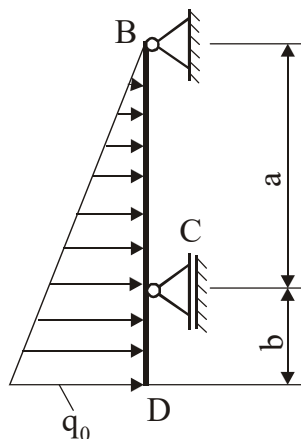
$a = 2,5 \text{ m}$

$b = 1 \text{ m}$

$\sigma_{zul} = 120 \text{ N/mm}^2$

$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

- Ges.:**
1. Auflagerreaktionen
 2. Erforderliches I-Profil nach DIN 1025
 3. Verschiebung des Punktes D



4.36

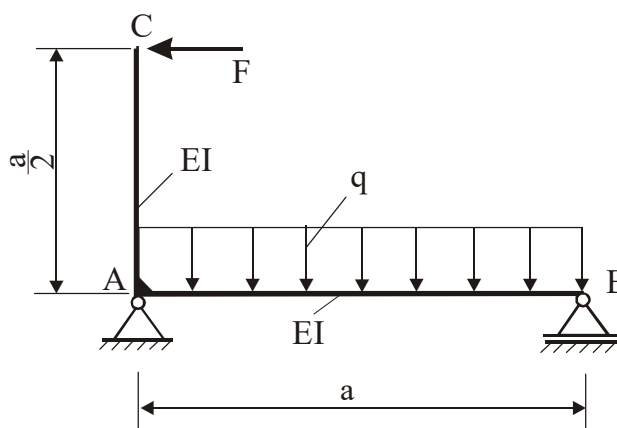
Geg.: $a = 2 \text{ m}$

$q = 1 \text{ kN/m}$

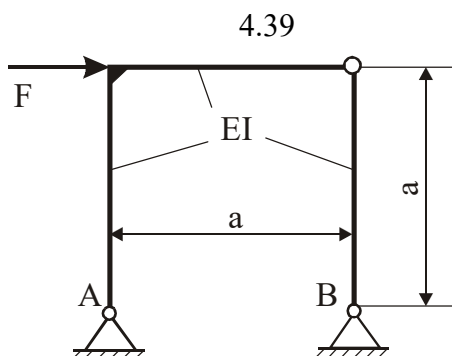
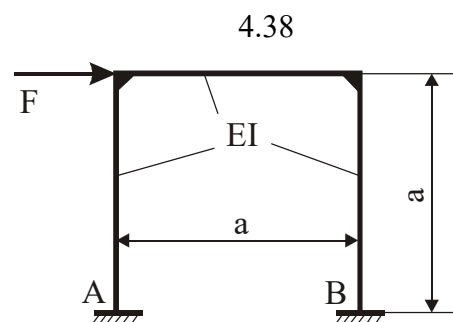
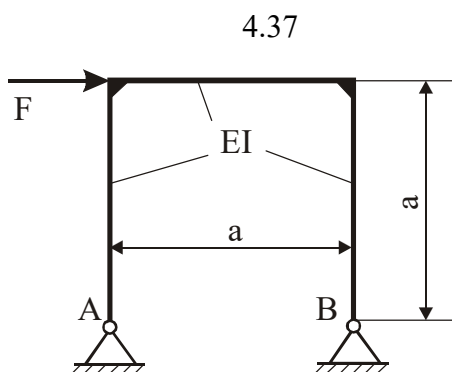
$F = 1 \text{ kN}$

$EI = 2 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$

- Ges.:**
1. Koordinatensysteme
 2. Rand- und Übergangsbedingungen
 3. Elastische Linie
 4. Verschiebung v_c



4.37/4.38/4.39



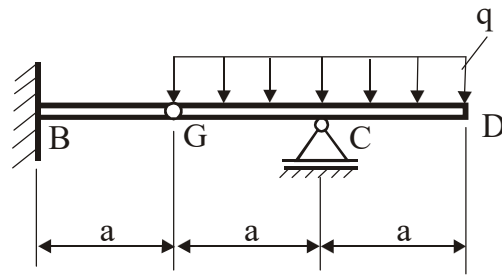
Geg.: F, a, EI für 4.37, 4.38 und 4.39

- Ges.:**
1. Elastische Linie
 2. Auflagerreaktionen
 3. Skizze des qualitativen Verlaufs der elastischen Linie
 4. Verschiebung v_F bei F

4.40

Geg.: $q, a, EI = \text{konst.}$

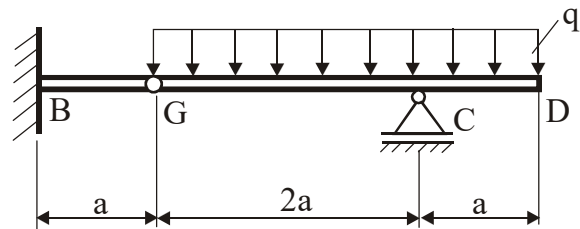
Ges.: Verschiebung der Punkte G und D



4.41

Geg.: $q, a, EI = \text{konst.}$

Ges.: Verschiebung der Punkte G und D



4.42

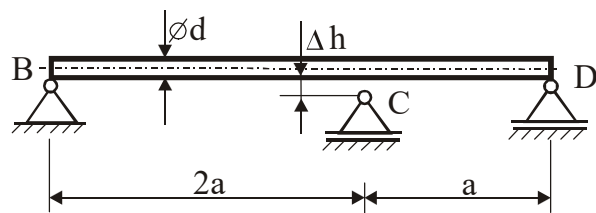
Geg.: $a = 100 \text{ mm}$

$d = 15 \text{ mm}$

$\Delta h = 0,1 \text{ mm}$

$E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

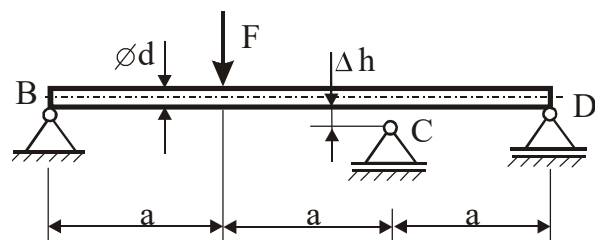
Ges.: Lagerkraft C, wenn die Welle bei der Montage in das Lager C gezwungen wird



4.43

Geg.: wie Aufg. 4.42

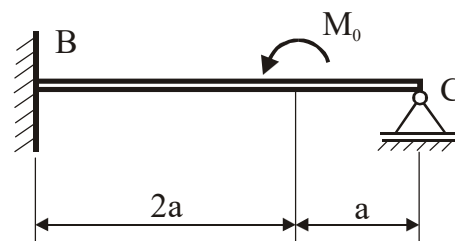
Ges.: F, damit die Welle das Lager C berührt



4.44

Geg.: $a, M_0, EI = \text{konst.}$

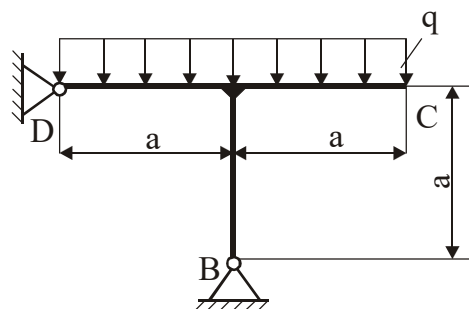
Ges.: 1. Auflagerreaktionen
2. M_b -Verlauf mit Skizze
3. Elastische Linie mit Skizze



4.45

Geg.: $a, q, EI = \text{konst}$

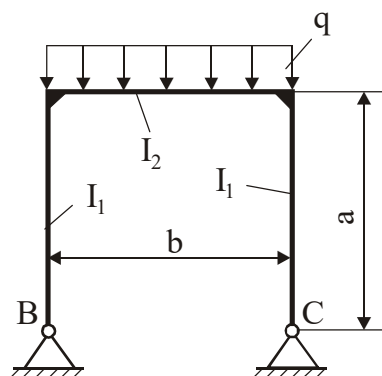
- Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
2. M_b -Verlauf mit Skizze
3. Durchbiegung v_C



4.46

Geg.: $b = 2 \text{ m}$
 $a = 1,5 \text{ m}$
 $q = 2 \cdot 10^4 \text{ N/m}$
 $I_1 = 5 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$
 $I_2 = 6 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$
 $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

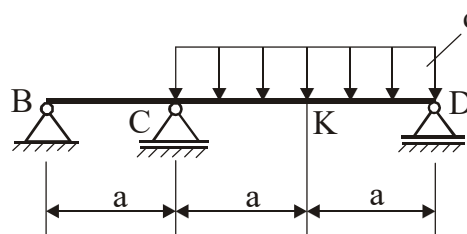
- Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
2. Max. Verschiebungen
in allen Bereichen



4.47

Geg.: $q, a, EI = \text{konst.}$

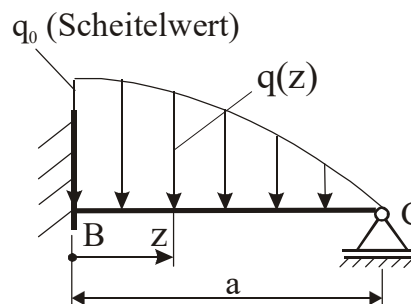
- Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
2. Verschiebung des
Punktes K



4.48

Geg.: $a, q_0, EI = \text{konst.}$
 $q(z)$ – Parabel 2. Ordnung

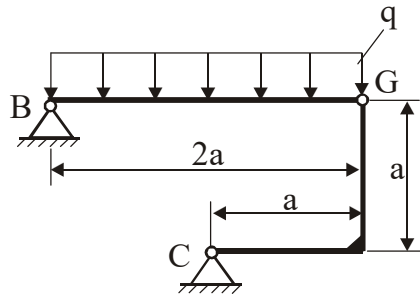
Ges.: Auflagerreaktionen mit
Hilfe der Differential-
gleichung $(EI v''')' = q(z)$



4.49

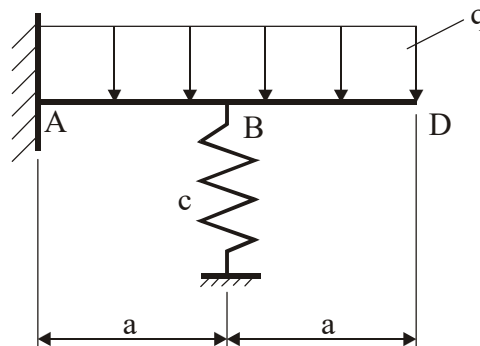
Geg.: $a, q, EI = \text{konst.}$

- Ges.:**
1. Auflagerreaktionen und Gelenkkräfte
 2. Biegemomentenverlauf mit Skizze
 3. Elastische Linie
 4. Verschiebung von G

**4.50**

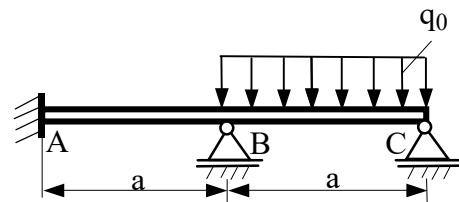
Geg.: $a, q, c, EI = \text{konst.}$

- Ges.:**
1. Verschiebung v_D von D
 2. $v_D|_{c=0}$
 3. $v_D|_{c=\infty}$

**4.51**

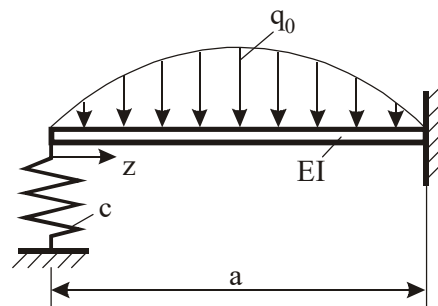
Geg.: $q_0, a, EI = \text{konst.}$

- Ges.:** Man ermittle die Lagerreaktionen und die Biegelinie für den dargestellten Durchlaufträger.

**4.52**

Geg.: $q_0, a, c, EI = \text{konst.}$

- Ges.:** Die Durchbiegung $v(z)$ des links elastisch gestützten rechts eingespannten Trägers unter einer Strecklast in Form einer quadratischen Parabel.

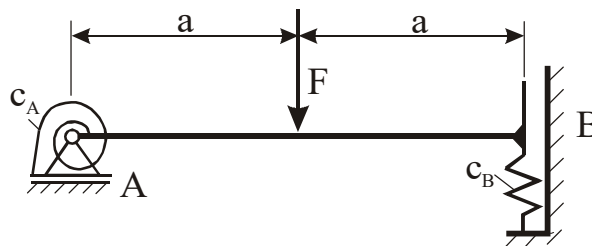


4.53

Ein Balken ist in A gelenkig und in B durch eine Parallelführung gelagert. Zusätzlich sind in A eine Drehfeder und in B eine Dehnfeder angebracht. Im unbelasteten Zustand sind beide Federn entspannt.

Geg.: $F, a, EI, c_A = \frac{EI}{a}, c_B = \frac{EI}{a^3}$

Ges.: Moment M_A in der Drehfeder und Kraft F_B in der Dehnfeder, wenn in der Balkenmitte die Kraft F angreift.

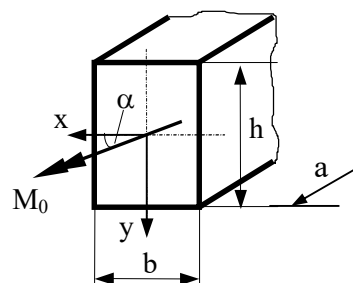


4.54

Ein Kragträger der Länge a mit Rechteckquerschnitt wird am freien Ende durch ein Moment M_0 belastet, das unter dem Winkel α gegen die x -Achse geneigt ist.

Geg.: M_0, α, a, b, h, E

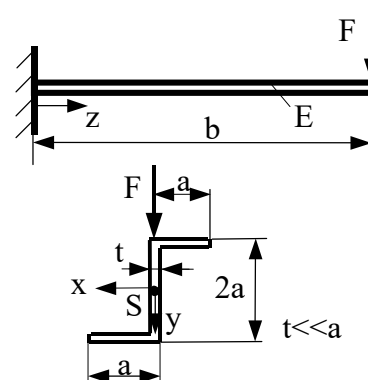
Ges.: 1. Die Verschiebung des Querschnitts am freien Ende
2. Welche Richtung hat die Verschiebung und welchen Winkel hat sie zur Spannungsnulllinie?



4.55

Für den Träger mit dünnwandigem Profil (siehe Skizze) berechne man die Verschiebung des Lastangriffspunktes.

Geg.: F, a, E, b, t

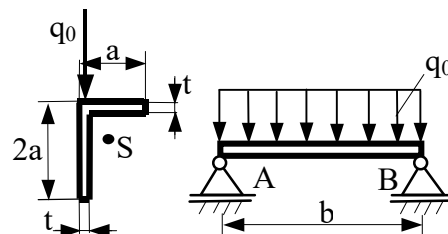


4.56

Ein Balken auf zwei Stützen ist durch eine konstante Streckenlast beansprucht.

Geg.: $a = 65 \text{ mm}, t = 10 \text{ mm}, b = 2 \text{ m}, q_0 = 10^4 \text{ N/m}$
 $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}$

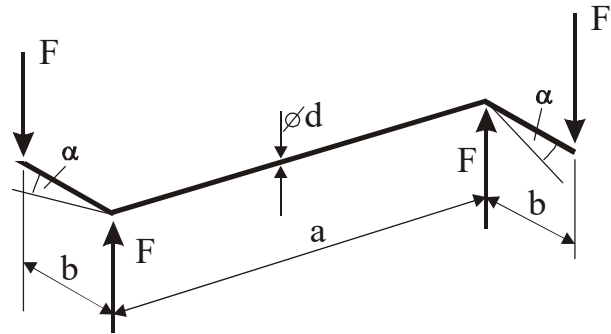
Ges.: Die Verschiebung des Schwerpunktes der Querschnittsfläche in Balkenmitte infolge Biegung.



5 Torsion

5.1

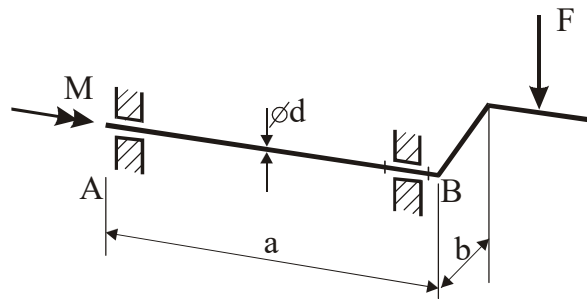
- Geg.:** $a = 240 \text{ mm}$
 $d = 2 \text{ mm}$ (Kreisquerschnitt)
 $G = 7,92 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$
 $\alpha = 15^\circ$
- Ges.:** 1. F
 2. τ_{max}



5.2

- Geg.:** $d = 30 \text{ mm}$ (Kreis)
 $a = 1000 \text{ mm}$
 $b = 400 \text{ mm}$
 $G = 7,92 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$
 $F = 150 \text{ N}$

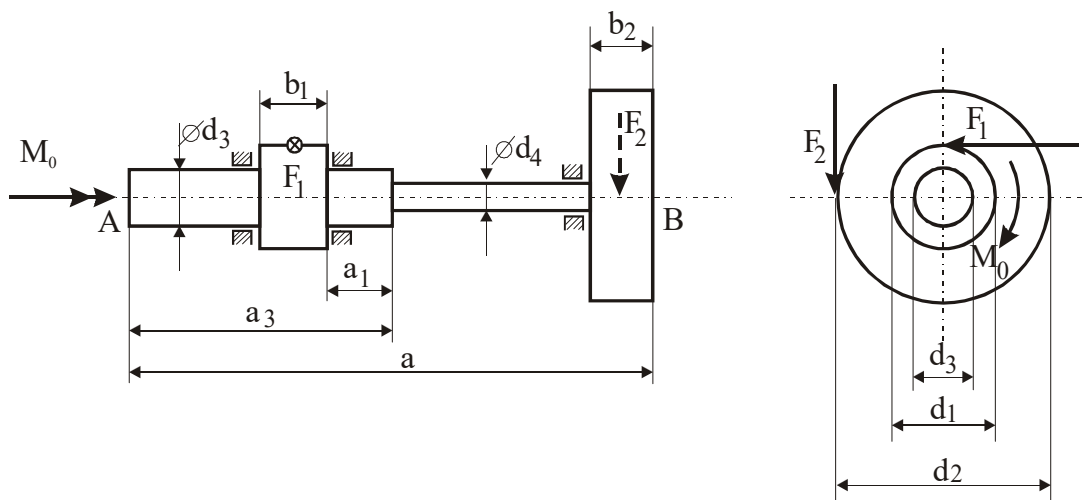
- Ges.:** 1. Leistung bei $n = 24 \text{ U/min}$
 2. τ_{max}
 3. Verdrehung der Querschnitte A und B zueinander



5.3

- Geg.:** $F_1 = 2 \cdot 10^4 \text{ N}$; $F_2 = 5 \cdot 10^3 \text{ N}$; $\tau_{\text{max}} = 100 \text{ N/mm}^2$; $G = 8,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$
 $a = 1 \text{ m}$; $a_1 = 0,1 \text{ m}$; $a_3 = 0,4 \text{ m}$; $d_1 = 0,2 \text{ m}$; $d_2 = 0,4 \text{ m}$; $b_1 = b_2 = 0,05 \text{ m}$

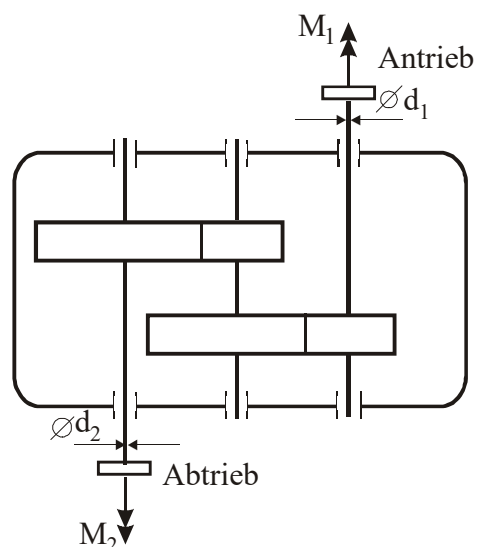
- Ges.:** 1. M_0 ,
 2. d_3 und d_4
 3. Verdrehung von B gegenüber A



5.4

Geg.: Gesamtübersetzungsverhältnis
 $i = n_{\text{an}}/n_{\text{ab}}=16$,
 τ_{zul} , Wirkungsgrad pro Stufe $\eta=0,96$

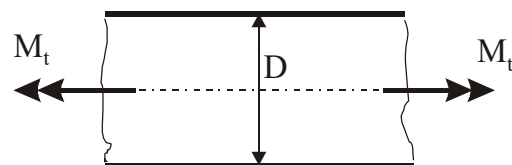
Ges.: 1. Verhältnis der Momente $M_2:M_1$
 2. Verhältnis der Wellendurchmesser $d_2:d_1$
 (Nur Torsion berücksichtigen)



5.5

Geg.: $D = D_1 = 50 \text{ mm}$,
 Welle wird abgedreht auf $D = D_2 = 48 \text{ mm}$

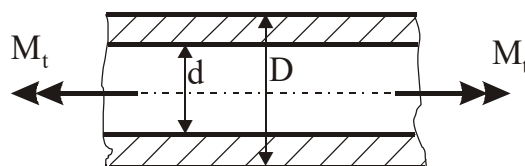
Ges.: 1. Relative Spannungserhöhung
 2. Relative Drillungszunahme



5.6

Geg.: $D = 60 \text{ mm}$ (Vollwelle)
 $d = 30 \text{ mm}$ (Hohlwelle)

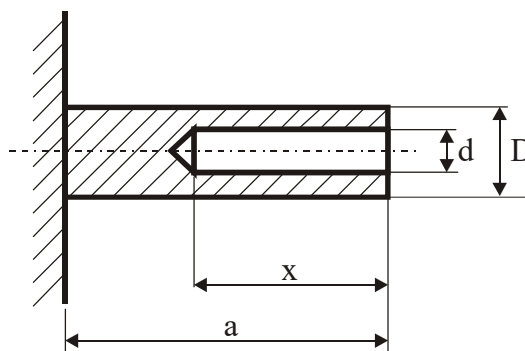
Ges.: 1. Relative Verminderung der Masse
 2. Relative Spannungserhöhung und
 Drillungszunahme der Hohlwelle
 gegenüber der Vollwelle



5.7

Geg.: a , G , D , d
 Torsionsfederzahl c_t

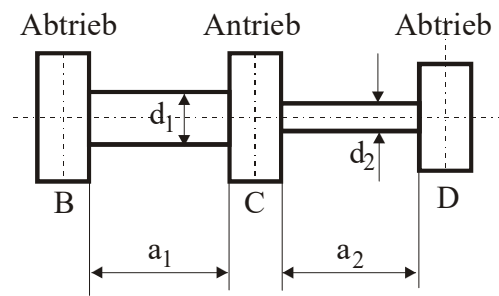
Ges.: x , damit c_t den vorgegebenen
 Wert annimmt



5.8

Geg.: $a_1 = 1100 \text{ mm}$, $a_2 = 1200 \text{ mm}$
 $G = 7,92 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$
 $\tau_{zul} = 30 \text{ N/mm}^2$
 $\vartheta_{zul} = 0,25^\circ/\text{m}$, $n = 200 \text{ U/min}$
 $P_C = 150 \text{ kW}$, $P_B = 80 \text{ kW}$

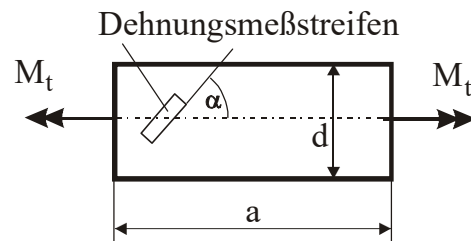
Ges.: 1. Torsionsmomentenverlauf
 2. d_1 und d_2 (Biegung bleibt unberücksichtigt)
 3. Verdrehwinkel φ_{CB} und φ_{CD}



5.9

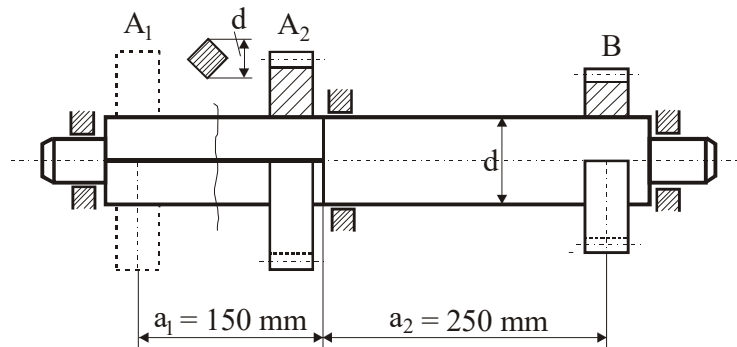
Geg.: d , a , E , ν , die Messung des Torsionsmomentes soll mit Dehnungsmeßstreifen erfolgen, $\alpha = 45^\circ$, gemessene Dehnung ε

Ges.: Torsionsmoment M_t



5.10

Geg.: Welle mit verschiebbarem Zahnrad A
 $M_t = 300 \text{ Nm}$
 $\tau_{zul} = 100 \text{ N/mm}^2$
 $\varphi_{A,Bzul} = 0,1^\circ$
 $G = 7,7 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$
 Querschnitt 1 = Quadrat
 Querschnitt 2 = Kreis



Ges.: 1. $\frac{W_{t1}}{W_{t2}}$, $\frac{I_{t1}}{I_{t2}}$

2. erforderlicher Durchmesser d

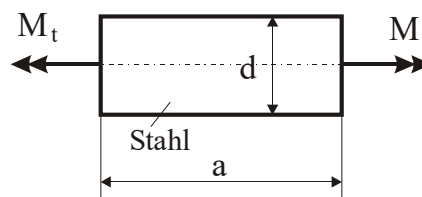
Hinweis: Zahnradbreiten sind gegenüber Wellenlängen vernachlässigbar.

5.11

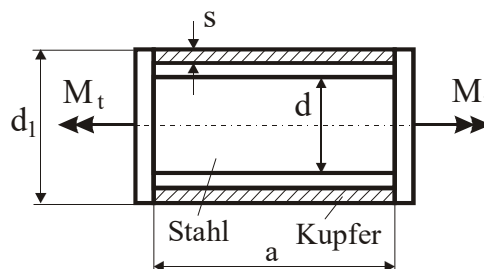
Geg.: $d = 25 \text{ mm}$, $a = 400 \text{ mm}$
 $d_1 = 35 \text{ mm}$, $s = 1,5 \text{ mm}$
 $M_t = 200 \text{ Nm}$
 $G_{\text{Stahl}} = 8 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$
 $G_{\text{Kupfer}} = 4,8 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$

- Ges.:**
1. τ_{max} , Verdrehwinkel φ für Stahlwelle (Var. 1)
 2. Momente, die von der Stahlwelle und vom Kupferrohr übertragen werden
 3. τ_{max} für Stahlwelle und Kupferrohr
 4. Verdrehwinkel φ für Var. 2

Variante 1:



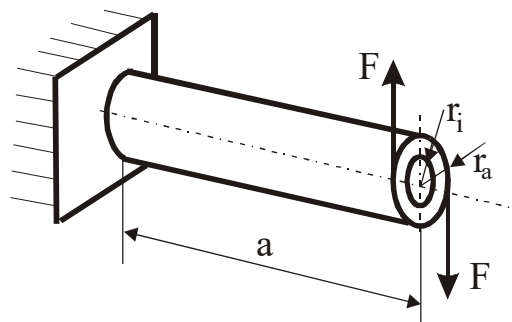
Variante 2:



5.12

Geg.: F , G , r_a , r_i , a

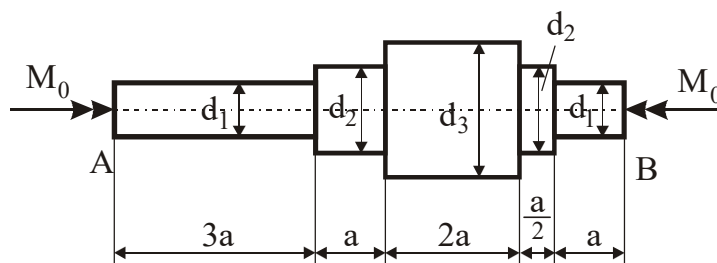
- Ges.:**
1. Verdrehwinkel φ
 2. τ_{max}



5.13

Geg.: M_0 , G , a , d_1
 $d_2 = 4/3 d_1$, $d_3 = 2 d_1$

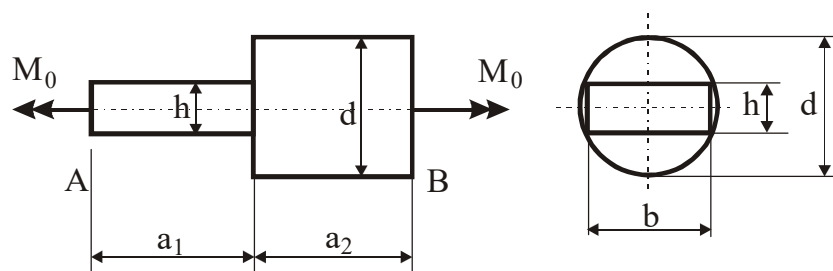
- Ges.:**
1. τ_{max}
 2. φ_{AB}



5.14

Geg.: $M_t = 5000 \text{ Ncm}$, $\tau_{\text{zul}} = 30 \text{ N/mm}^2$,
 $b/h = 2$, $G = 8,1 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$, $a_1 = 40 \text{ cm}$, $a_2 = 80 \text{ cm}$

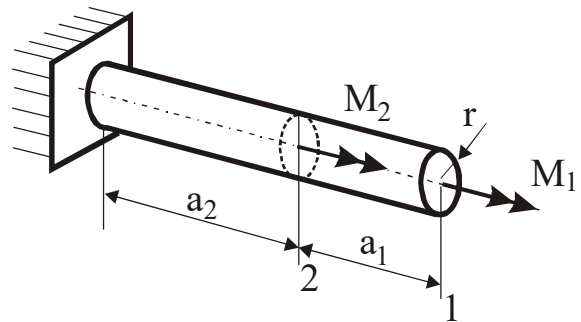
- Ges.:**
1. d so, daß überall gilt $\tau_{\text{max}} \leq \tau_{\text{zul}}$ (nur Nennspannungen)
 2. φ_{AB}



5.15

Geg.: $M_1, M_2 = 2M_1$,
 $r, G, a_1, a_2 = 2a_1$

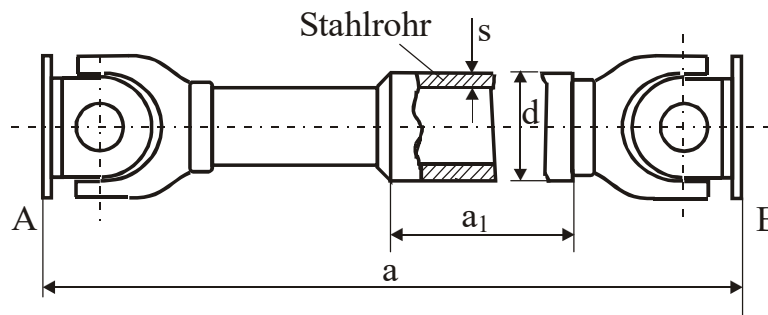
Ges.: 1. τ_{\max}
 2. φ_1, φ_2



5.16

Geg.: $M_t = 3 \text{ kNm}$
 Torsionsnachgiebigkeit der gesamten
 Welle $1/c_d = 0,00124^\circ/\text{Nm}$
 $G = 7,9 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$
 $a = 1520 \text{ mm}, a_1 = 956 \text{ mm}, d = 80 \text{ mm}, s = 3 \text{ mm}$

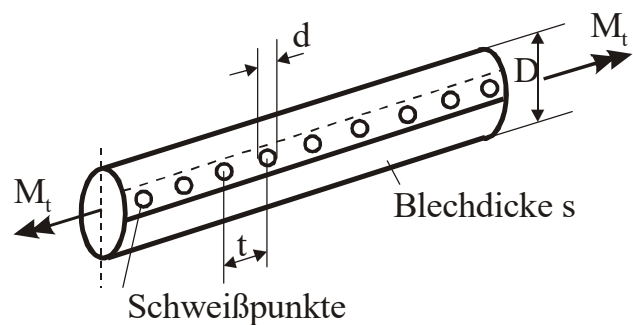
Ges.: 1. φ_{AB}
 2. Torsionsnachgiebigkeit $1/c_R$ des Stahlrohres
 3. τ_{\max} im Stahlrohr



5.17

Geg.: $D = 150 \text{ mm}, d = 4 \text{ mm}$
 $t = 12 \text{ mm}, s = 0,6 \text{ mm}$
 Max. Schubkraft für einen
 Schweißpunkt $F_{P\max} = 2000 \text{ N}$
 $M_t = 1200 \text{ Nm}, G = 8 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$

Ges.: 1. $F_{P\text{vorh}}$
 2. τ_{vorh}
 3. $\vartheta [^\circ/\text{m}]$

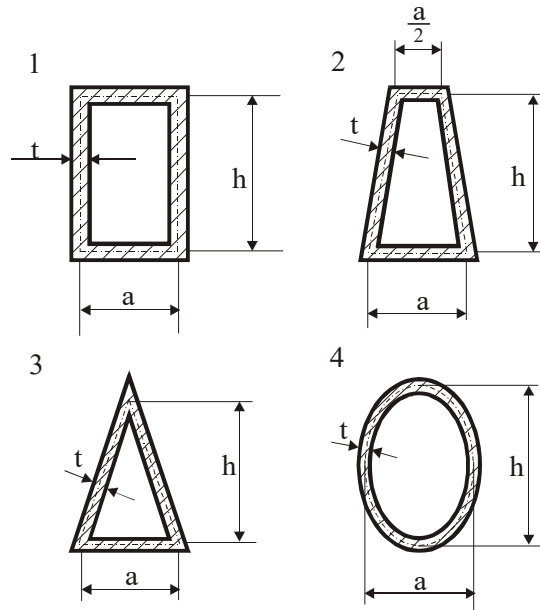


5.18

Geg.: $M_t = 4800 \text{ Ncm}$
 $a = 24 \text{ mm}$, $h = 30 \text{ mm}$
 $t = 1,5 \text{ mm}$
 $G = 8,07 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$

Ges.: Für die einzelnen Querschnitte

1. τ_t
2. $\vartheta [1/m]$

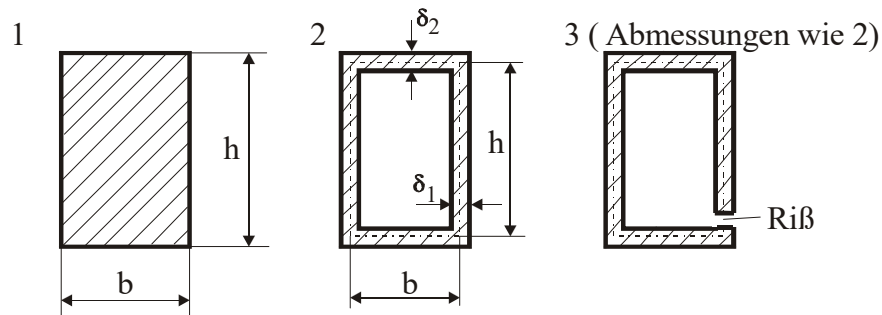


5.19

Geg.: $h = 120 \text{ mm}$, $b = 80 \text{ mm}$, $\delta_1 = 6 \text{ mm}$, $\delta_2 = 12 \text{ mm}$
 $\tau_{zul} = 30 \text{ N/mm}^2$, $\vartheta_{zul} = 0,35 \text{ }^\circ/m$, $G = 8,0 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$

Ges.: M_{tzul} für die 3 Querschnitte,

1. wenn τ_{zul} zugrunde gelegt wird
2. wenn ϑ_{zul} zugrunde gelegt wird



Vollquerschnitt

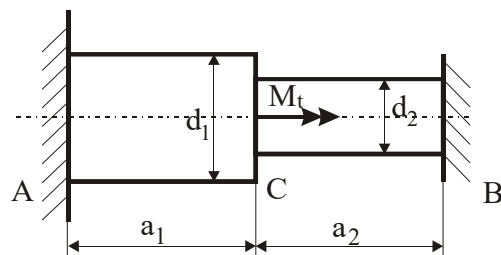
Hohlquerschnitt

offener Querschnitt

5.20

Geg.: a_1 , a_2 , d_1 , d_2 , M_t , G

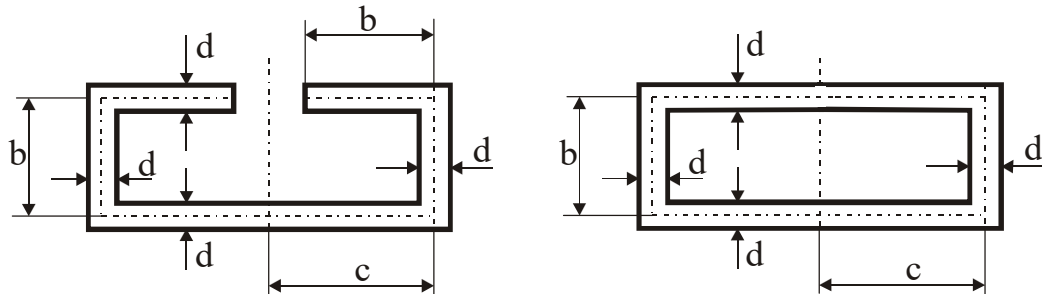
Ges.: M_A , M_B , φ_C



5.21

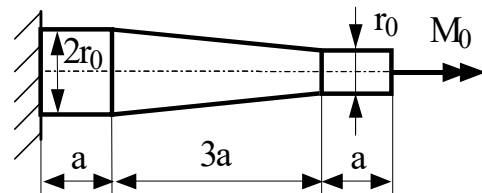
Geg.: b, c, d, M_t, G

Ges.: Für beide Querschnitte: $I_t, W_t, \tau_{\max}, \vartheta$



5.22

Eine Welle mit Kreisquerschnitt besteht aus zwei Bereichen mit konstantem Radius und einem konischen Bereich. Der Endquerschnitt wird durch ein Moment M_0 beansprucht.



Geg.: M_0, a, r_0, G

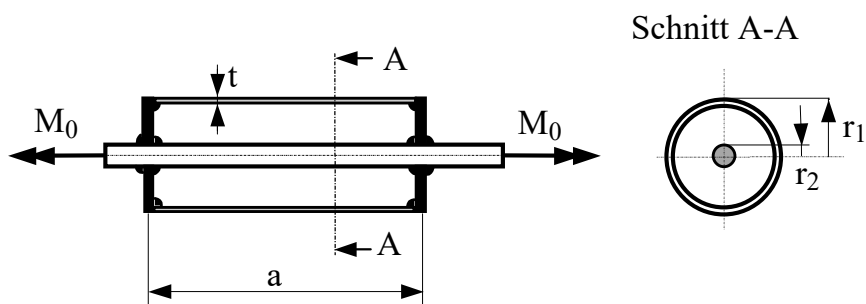
Ges.: Verdrehwinkel φ_E des Endquerschnittes infolge M_0

5.23

Ein dünnwandiges Aluminiumrohr und eine Stahlwelle werden durch zwei starre Endplatten miteinander verbunden und durch ein Moment M_0 auf Torsion beansprucht.

Geg.: $r_1 = 2r, r_2 = r, t = r/8, G_{Al}, G_{St} = 3G_{al}, r, \tau_{Alzul}$

Ges.: 1. Welcher Anteil von M_0 wird vom Aluminiumrohr aufgenommen?
2. Wie groß darf M_0 höchstens sein, damit die zulässige Schubspannung im Aluminiumrohr nicht überschritten wird?

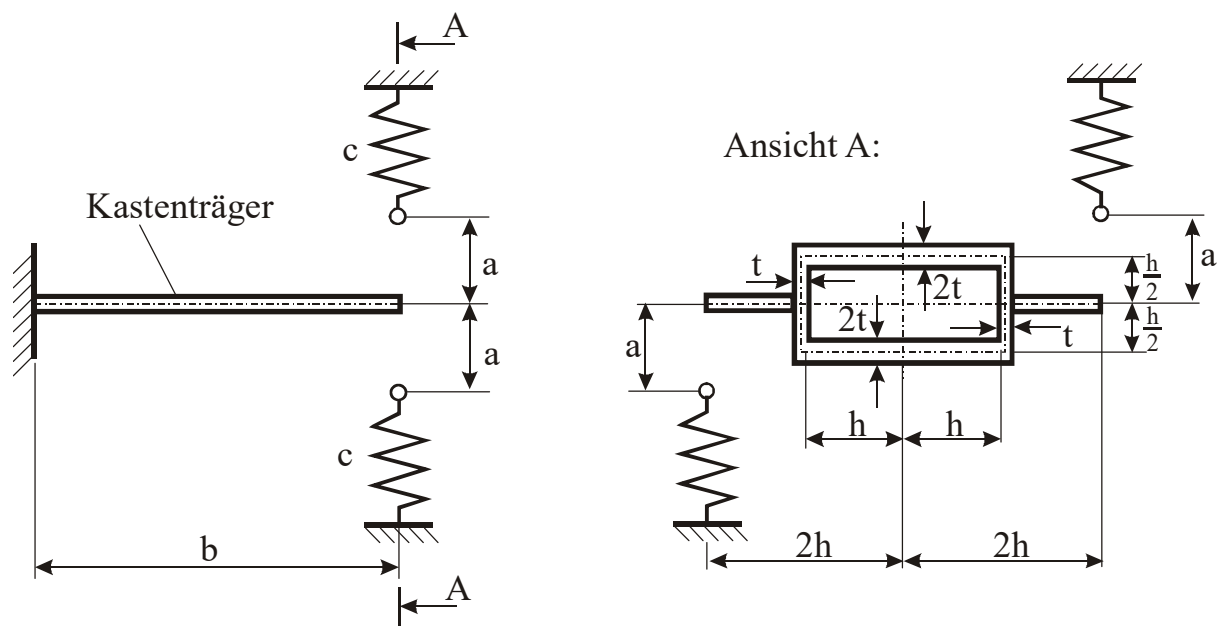


5.24

Am freien Ende eines einseitig eingespannten, dünnwandigen Kastenträgers sind zwei starre Querarme angeschweißt. Zwei um den Wert a zu kurze Federn werden mit den Querarmen verbunden.

Geg.: G, c, b, h, t, a

Ges.: 1. Wie groß ist nach der Montage das Torsionsmoment?
2. Wie groß ist die maximale Schubspannung im Träger?

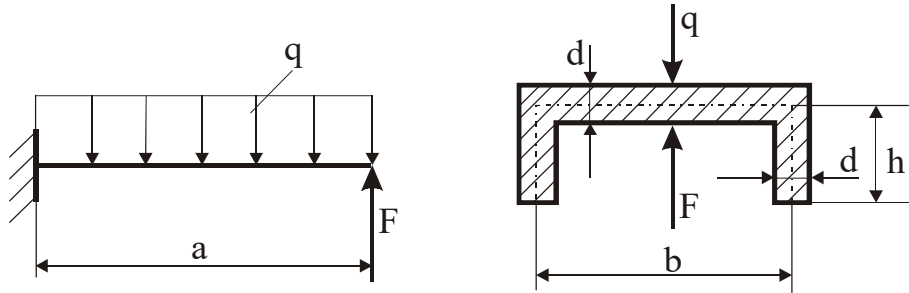


6 Querkraftschub, Schubmittelpunkt

6.1

Geg.: $F, q = 2F/a, h, b = 2h, d \ (d \ll h)$

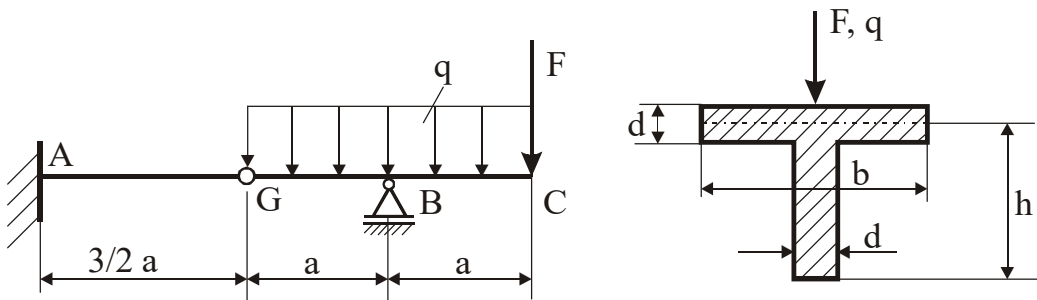
- Ges.:**
1. Maximale Biegespannung
 2. Verteilung der Querkraftschubspannungen
 3. τ_{\max} nach Größe und Ort und σ_{\max} nach Größe und Ort für $a = 2h, 5h$ und $10h$
 4. Schätzen Sie das Verhältnis der maximalen Schub- und Biegespannungen ein.



6.2

Geg.: $a, q, F = qa, h, b = h, d \ (d \ll h)$

- Ges.:**
1. Ort und Größe der max. Biegespannung
 2. Ort und Größe der max. Schubspannung
 3. τ_{\max} nach Größe und Ort und σ_{\max} nach Größe und Ort für $a = 3h, 5h$ und $10h$
 4. Schätzen Sie das Verhältnis der maximalen Schub- und Biegespannungen ein.



6.3

Geg.: \square -200 DIN 1026

mit $h = 200 \text{ mm}$

$I_{xx} = 1910 \text{ cm}^4$

Gurtplatten: $b = 200 \text{ mm}$

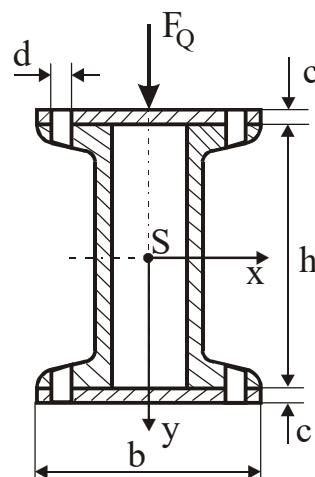
$c = 10 \text{ mm}$

Profile und Gurtplatten sind durch Nietreihen verbunden

Nietteilung $t = 100 \text{ mm}$

$d = 16 \text{ mm}, F_Q = 10^5 \text{ N}$

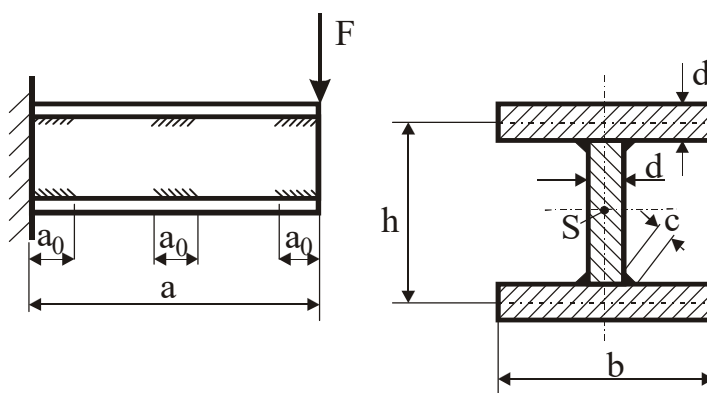
Ges.: Scherspannung im Niet



6.4

Geg.: $F = 5 \cdot 10^4 \text{ N}$, $h = b$, $d = 10 \text{ mm}$
 $c = 5 \text{ mm}$, $a = 3000 \text{ mm}$, $\sigma_{\text{zul}} = 100 \text{ N/mm}^2$, $\tau_{\text{zul}} = 70 \text{ N/mm}^2$

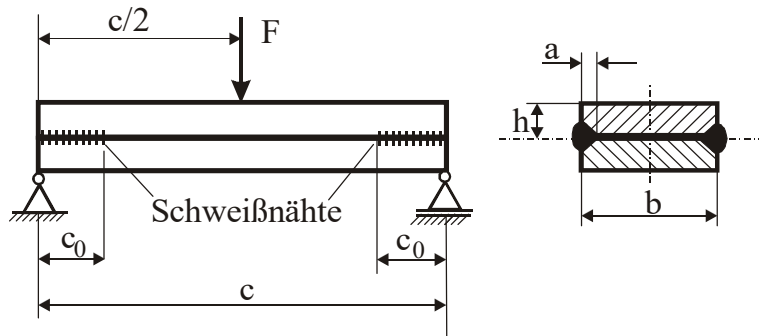
Ges.: 1. h
 2. a_0



6.5

Geg.: $F = 2 \cdot 10^4 \text{ N}$, $c = 1500 \text{ mm}$, $h = 50 \text{ mm}$, $b = 90 \text{ mm}$
 $\tau_{\text{zul}} = 70 \text{ N/mm}^2$, $a = 5 \text{ mm}$

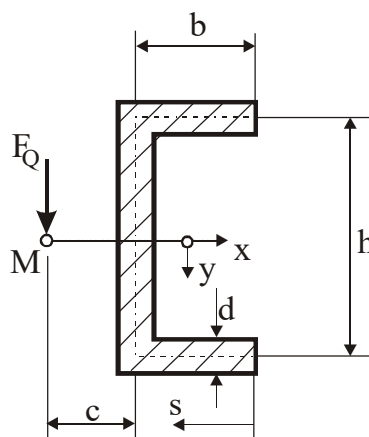
Ges.: Erforderliche Schweißnahtlänge c_0



6.6

Geg.: F_Q , h , b , d ($d \ll b$)

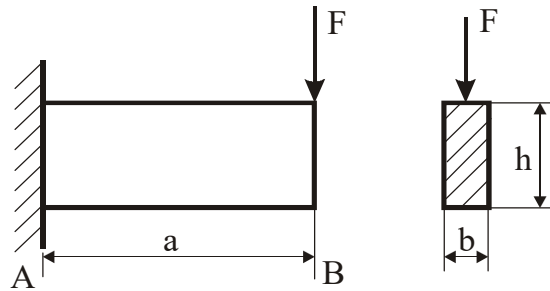
Ges.: 1. Schubspannungsverteilung
 2. Lage des Schubmittelpunktes M



6.7

Geg.: F, a, h, b, E, ν

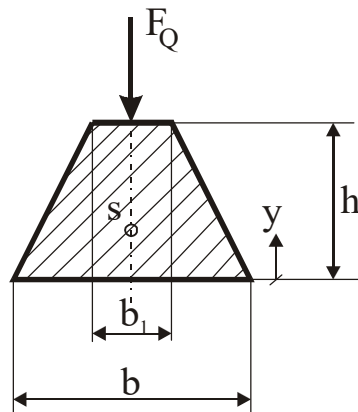
- Ges.:** 1. Verschiebung von B,
einschließlich Querkraftschub
2. v_B (Schub) / v_B (Biegung) für
 $a/h = 3, 5, 10$



6.8

Geg.: $F_Q, h, b, b_1 = \beta \cdot b$

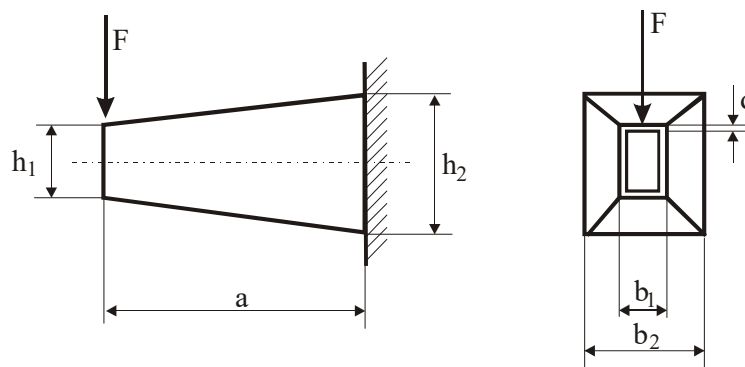
- Ges.:** Querkraftschubspannungen $\tau(y)$



6.9

Geg.: $a = 1000 \text{ mm}, h_1 = 300 \text{ mm}, h_2 = 600 \text{ mm}, b_1 = 150 \text{ mm}, b_2 = 300 \text{ mm}, d = 4 \text{ mm},$
 $\sigma_{zul} = 110 \text{ N/mm}^2, \tau_{zul} = 60 \text{ N/mm}^2$

- Ges.:** 1. zulässige Belastung für maximale Biegebeanspruchung
2. zulässige Belastung für maximale Querkraftschubspannung

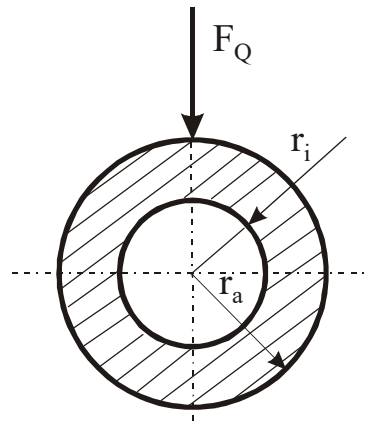


6.10

Geg.: F_Q , r_i , r_a

Ges.: Maximale Querkraftschubspannung τ_{\max}

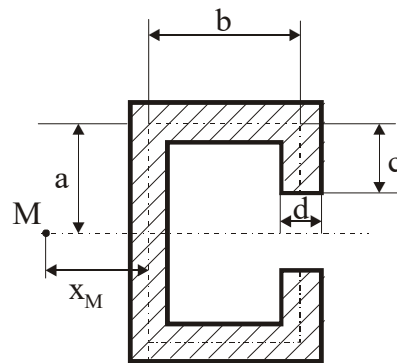
1. für beliebige r_a und r_i
2. für $r_i = 0$
3. für $r_a - r_i = \delta \ll r_i$



6.11

Geg.: a , b , c , d

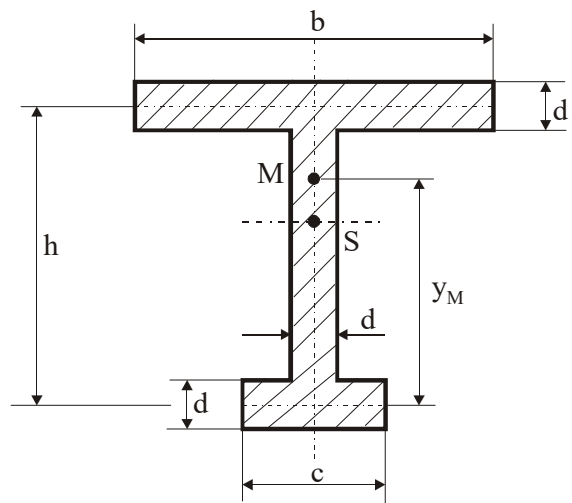
Ges.: Lage des Schubmittelpunktes M



6.12

Geg.: h , b , c , d ($d \ll h$)

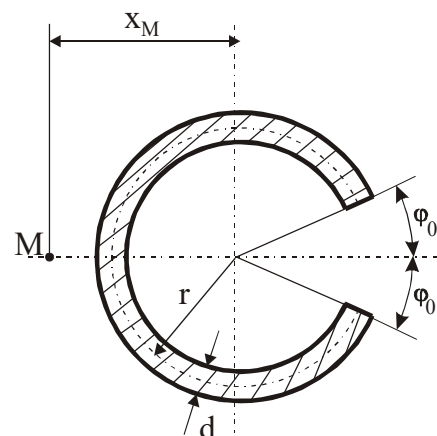
Ges.: Lage des Schubmittelpunktes M



6.13

Geg.: r , d ($d \ll r$), φ_0

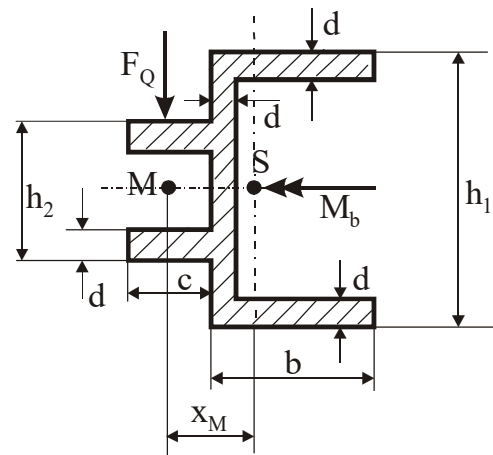
Ges.: Lage des Schubmittelpunktes M



6.14

Geg.: $h_1 = 80 \text{ mm}$, $h_2 = 40 \text{ mm}$
 $b = 40 \text{ mm}$, $c = 20 \text{ mm}$
 $d = 4 \text{ mm}$
 Biegemoment $M_b = 1510 \text{ Nm}$
 Querkraft $F_Q = 3000 \text{ N}$

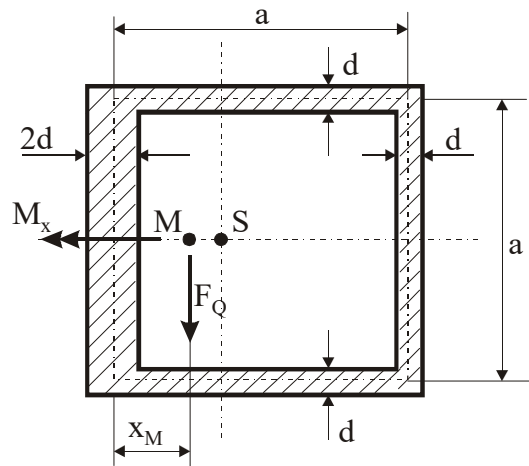
Ges.: 1. Max. Biegespannung
 2. Max. Querkraftschubspannung
 3. Lage des Schubmittelpunktes M (x_M)



6.15

Geg.: a , d ($d \ll a$)
 Biegemoment M_x
 Querkraft F_Q

Ges.: 1. Max. Biegespannung
 2. Max. Schubspannung
 3. Lage des Schubmittelpunktes M (x_M)



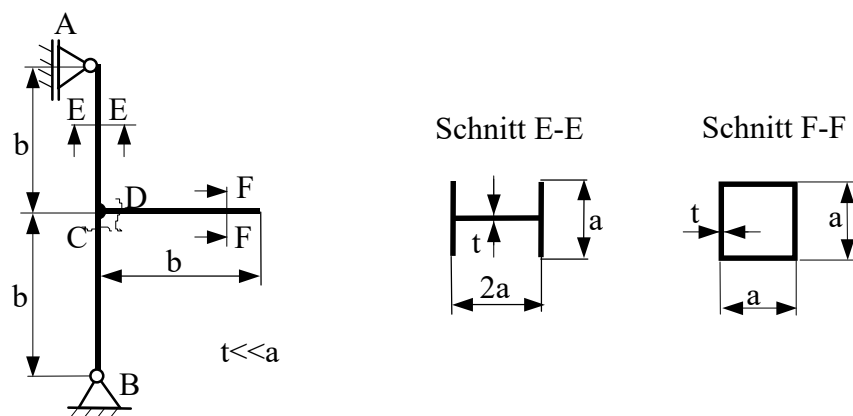
7 Zusammengesetzte Beanspruchung

7.1

An einem in A und B gelagerten I-Träger ist ein Kragarm mit Kastenprofil angeschweißt. Das Eigengewicht beider Profile pro Längeneinheit sei q .

Geg.: a, b, a, t

Ges.: Man ermittle die Normalspannungsverteilung in den Schnitten C und D!

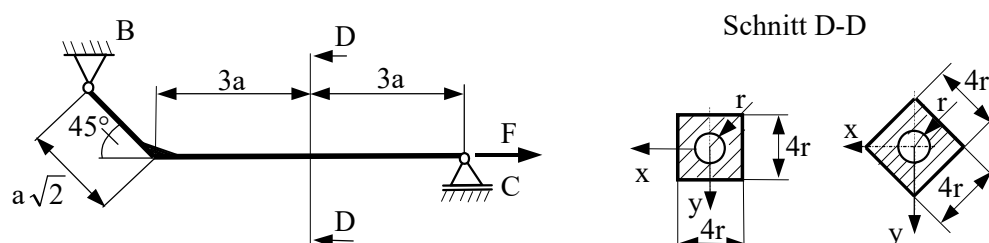


7.2

Ein quadratischer Träger mit axialer Bohrung wird durch eine Kraft F belastet.

Geg.: F, a, r

Ges.: Man berechne die maximale Normalspannung $|\sigma|_{\max}$ im Schnitt D-D für die dargestellten Lagen des Profils!

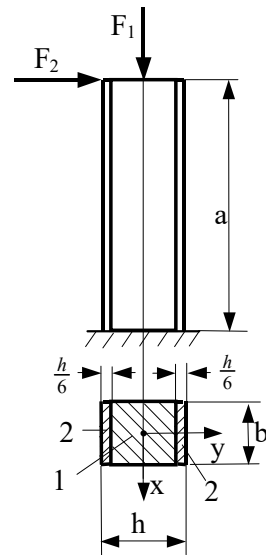


7.3

Eine eingespannte Säule trägt eine vertikale Last F_1 und eine horizontale Last F_2 . Die Säule besteht aus drei Schichten mit unterschiedlichen E-Modulen.

Geg.: $F_1, F_2, a, h, b, E; E_1 = E, E_2 = 4E$

Ges.: Ermitteln Sie die Normalspannungsverteilung im Einspannquerschnitt!

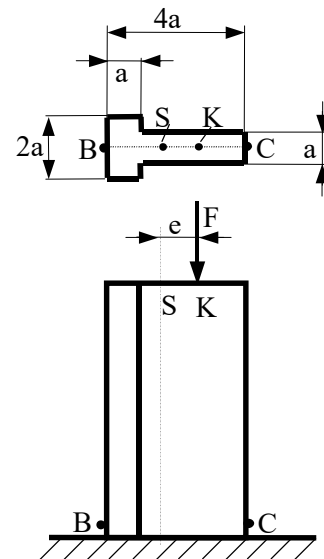


7.4

Die dargestellte Säule wird durch eine vertikale Kraft F exzentrisch belastet. Dabei sind sowohl F als auch die Exzentrizität e unbekannt. In den Punkten B und C werden die Dehnungen ε_B und ε_C gemessen.

Geg.: $a, E, \varepsilon_B, \varepsilon_C$

Ges.: Wie groß ist F ?



7.5

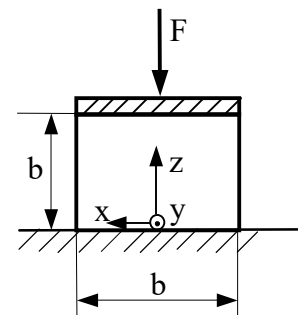
Würfel mit Kantenlänge b

Fall a: Verschiebungen v_x, v_y möglich

Fall b: Verschiebungen v_x, v_y verhindert

Geg.: $F = 1500 \text{ N}, b = 20 \text{ mm}, \nu = 0,4$

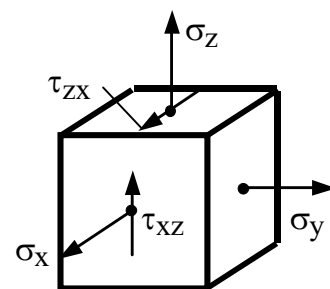
Ges.: 1. σ_V (Schubspannungshypothese)
2. σ_V (Gestaltänderungshypothese)



7.6

Geg.: $\sigma_x = -80 \text{ N/mm}^2; \sigma_y = 100 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma_z = 80 \text{ N/mm}^2, \tau_{xz} = \tau_{zx} = 50 \text{ N/mm}^2$
 $\nu = 0,3$

Ges.: Vergleichsspannung nach allen 4 Hypothesen



7.7

Schiffspropellerwelle auf Druck und Torsion beansprucht

Zul. Verdrehwinkel φ_{zul}

Geg.: $F = 10^6 \text{ N}$; $P_e = 3600 \text{ kW}$

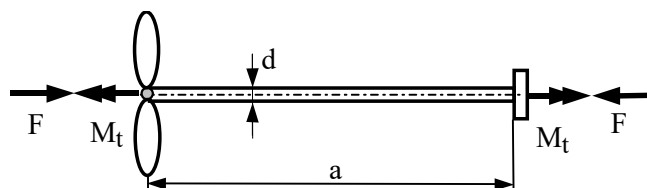
$n = 110 \text{ U/min}$

$R_e = 350 \text{ N/mm}^2$

$G = 0,808 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

$\nu = 0,3$

$a = 10 \text{ m}$, $\varphi_{zul} = 5^\circ$



- Ges.:**
1. Torsionsmoment M_t
 2. Erf. Durchmesser d
 3. Sicherheit gegen Streckgrenze R_e nach allen 4 Vergleichsspannungshypothesen

7.8

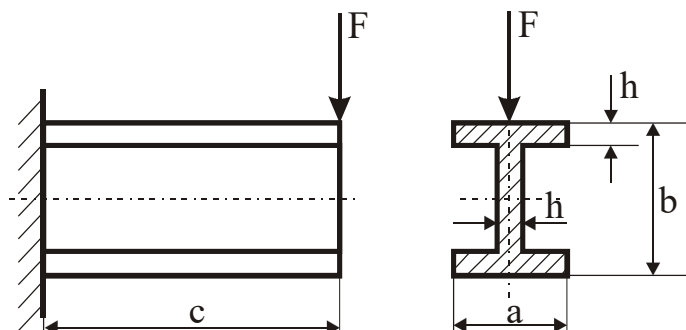
Geg.: $F = 5 \cdot 10^4 \text{ N}$

$c = 400 \text{ mm}$

$a = 80 \text{ mm}$

$b = 100 \text{ mm}$

$h = 10 \text{ mm}$



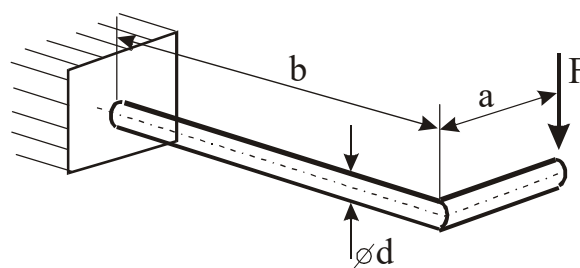
- Ges.:**
1. σ_{bmax} ,
 2. τ_{max} infolge Querkraftschub
 3. σ_{Vmax} (Gestaltänderungshypothese)

7.9

Geg.: $F = 2000 \text{ N}$; $\nu = 0,3$

$a = 0,5 \text{ m}$; $b = 1,0 \text{ m}$; $d = 50 \text{ mm}$

- Ges.:** Maximale Vergleichsspannung σ_{Vmax} nach allen 4 Hypothesen

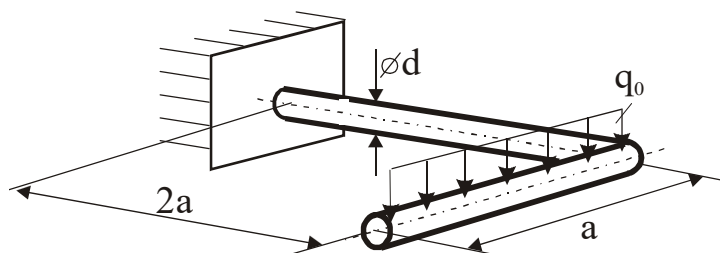


7.10

Geg.: $q_0 = 1000 \text{ N/m}$, $a = 1 \text{ m}$

$d = 50 \text{ mm}$

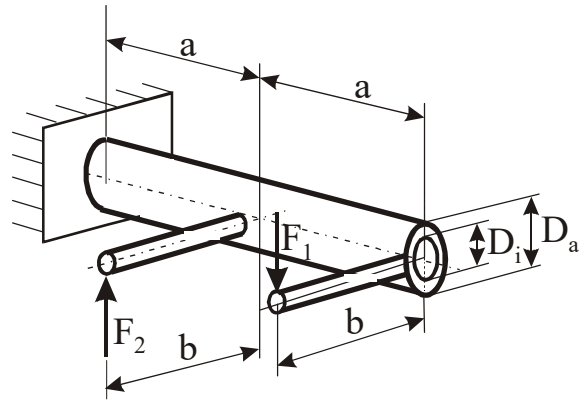
- Ges.:** Maximale Vergleichsspannung nach der Gestaltänderungshypothese



7.11

Geg.: $a = 400 \text{ mm}$, $F_1 = 1000 \text{ N}$
 $b = 200 \text{ mm}$, $F_2 = 4000 \text{ N}$
 $D_a = 50 \text{ mm}$
 $\sigma_{zul} = 160 \text{ N/mm}^2$

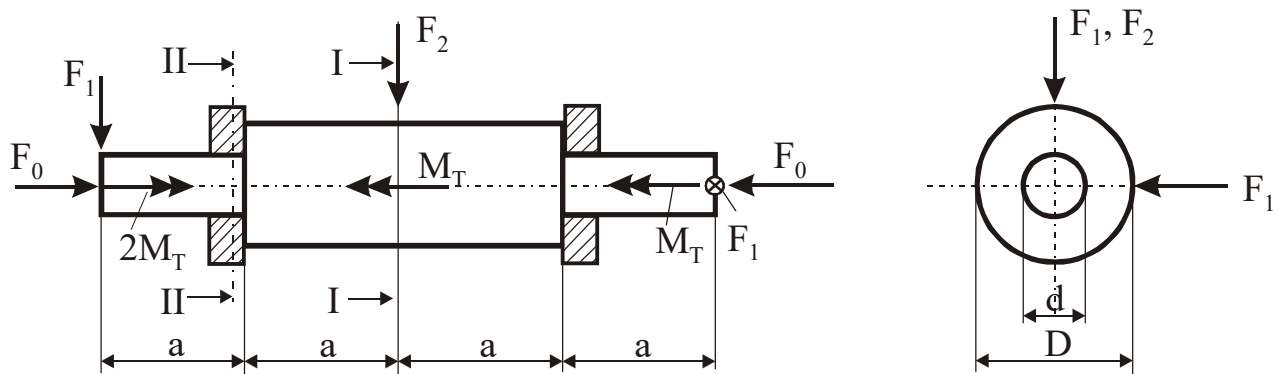
Ges.: D_i nach der Gestaltänderungshypothese



7.12

Geg.: $F_1 = 1000 \text{ N}$, $F_2 = 2000 \text{ N}$, $F_0 = 5000 \text{ N}$, $M_T = 10^5 \text{ Nmm}$
 $a = 50 \text{ cm}$, $d = 35 \text{ mm}$, $D = 50 \text{ mm}$

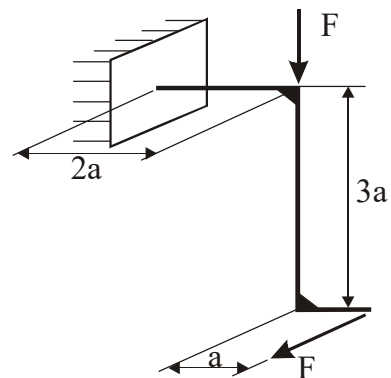
Ges.: σ_{Vmax} nach der Gestaltänderungshypothese in den Schnitten I-I und II-II



7.13

Geg.: $F = 1000 \text{ N}$, $a = 50 \text{ cm}$
 $\sigma_{zul} = 120 \text{ N/mm}^2$
 Rohrquerschnitt mit $d_a = 100 \text{ mm}$

Ges.: Innendurchmesser d_i nach der Gestaltänderungshypothese



7.14

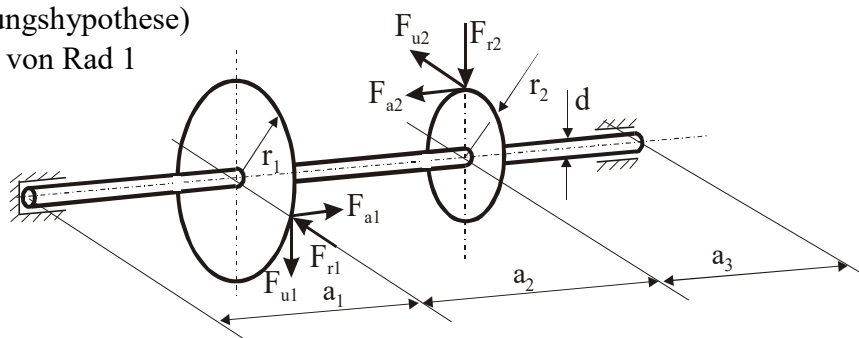
Geg.: $a_1 = 55 \text{ mm}$, $a_2 = 70 \text{ mm}$
 $a_3 = 60 \text{ mm}$, $r_1 = 120 \text{ mm}$
 $r_2 = 50 \text{ mm}$, $F_{u1} = 4500 \text{ N}$
 $d = 35 \text{ mm}$

Für beide Zahnräder gilt:

$\alpha = 20^\circ$ (Eingriffswinkel), $\beta = 20^\circ$ (Schrägungswinkel)

$$F_a = F_u \tan \beta, \quad F_r = F_u \frac{\tan \alpha}{\cos \beta}$$

Ges.: 1. $\sigma_{V\max}$ (Gestaltänderungshypothese)
 2. σ_V unmittelbar links von Rad 1



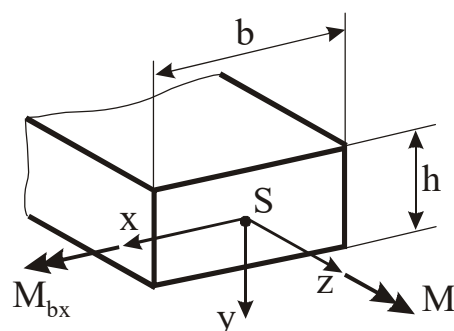
7.15

Geg.: Schnittgrößen

$$M_{bx} = 2160 \text{ Nm}, \quad M_t = 1340 \text{ Nm}$$

$$b = 60 \text{ mm}, \quad h = 30 \text{ mm}$$

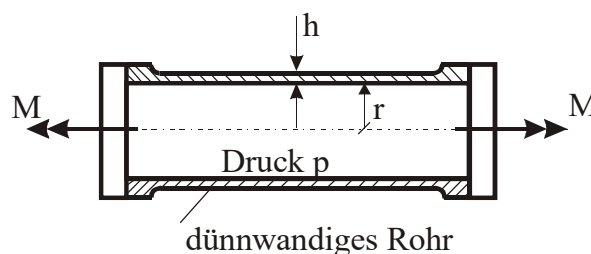
Ges.: 1. Max. Biegespannung (Ort und Betrag)
 2. Max. Schubspannung (Ort und Betrag)
 3. $\sigma_{V\max}$ nach der Gestaltänderungshypothese (Ort und Größe)



7.16

Geg.: $p = 1 \text{ MPa}$
 $M = 10^8 \text{ Nmm}$
 $h = 5 \text{ mm}$
 $r = 50 \text{ cm}$

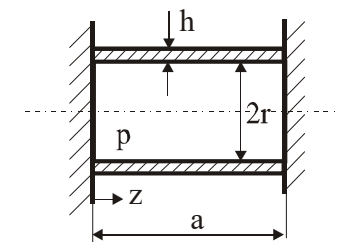
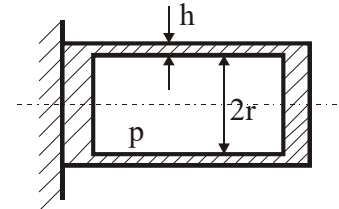
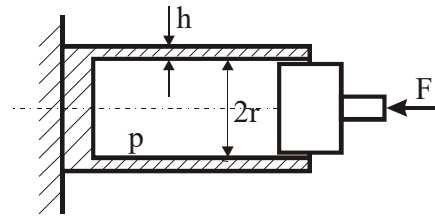
Ges.: σ_V nach der Gestaltänderungshypothese



7.17

Geg.: Dünnwandiges Rohr unter
 Innendruck und Wärmedehnung
 $h/r = 0,02$, $p = 1,5 \text{ MPa}$, $T_0 = 20^\circ\text{C}$
 $T_1 = 200^\circ\text{C}$, $R_e = 255 \text{ N/mm}^2$ bei 20°C
 $R_e = 206 \text{ N/mm}^2$ bei 200°C
 $\alpha = 12,1 \cdot 10^{-6} \cdot 1/\text{K}$
 $E = 1,91 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$ bei 200°C
 $\nu = 0,3$

- Ges.:** 1. Spannungen der Rohrwand
 bei $z/r > 1$ für alle 3 Fälle
 2. σ_V nach der Gestaltänderungshypothese
 für alle 3 Fälle
 3. Sicherheit gegen Streckgrenze für alle 3 Fälle

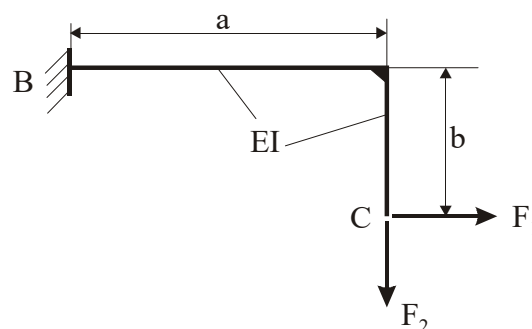


8 Satz von Castigliano

8.1

Geg.: F_1, F_2, a, b, EI

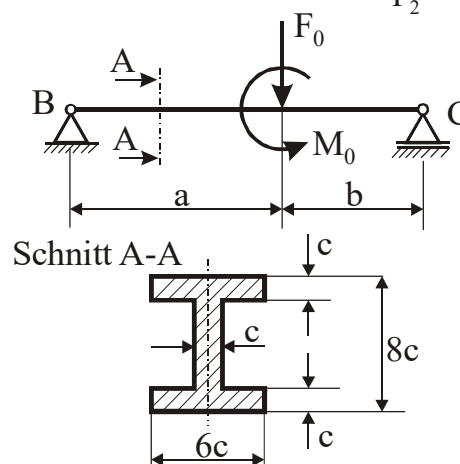
- Ges.:** 1. Verschiebungen v_{C1} und v_{C2}
von C in Richtung von F_1 und F_2
2. Einflußzahlen von F_1 und F_2
bezüglich v_{C1} und v_{C2}
(Nur Biegearbeit berücksichtigen!)



8.2

Geg.: $F_0 = 7,5 \cdot 10^3 \text{ N}$
 $M_0 = 1,5 \cdot 10^3 \text{ Nm}$
 $a = 2 \text{ m}, b = 1 \text{ m}$
 $E = 2 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 $c = 10 \text{ mm}$
I-Querschnitt (siehe Skizze)

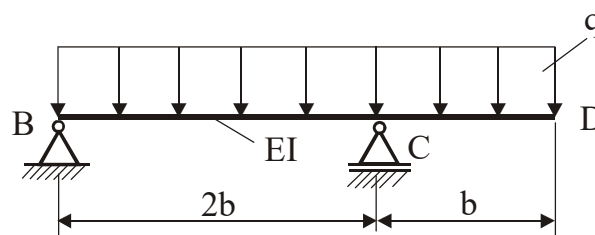
- Ges.:** 1. Verschiebung v_F und Neigung
 φ_F an der Lastangriffsstelle
2. Einflußzahlen von F_0 und M_0
bezüglich v_F und φ_F
(Nur Biegearbeit berücksichtigen!)



8.3

Geg.: q, b, EI

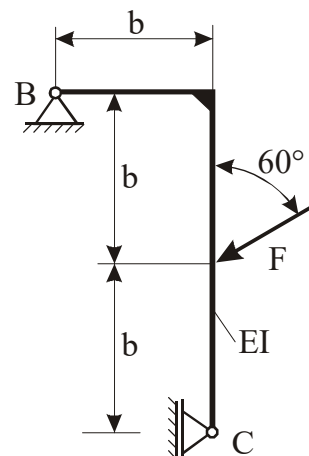
- Ges.:** Verschiebung v_D und
Biegewinkel φ_B

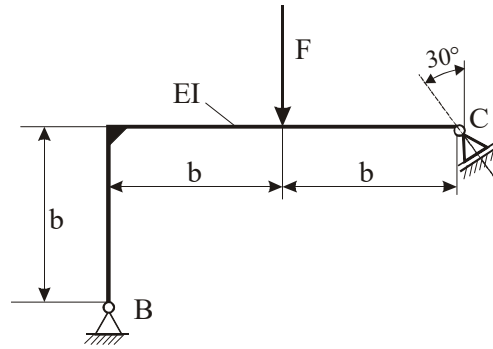
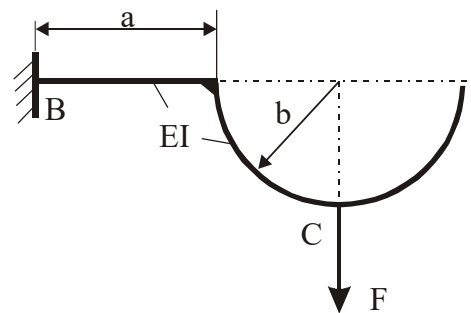
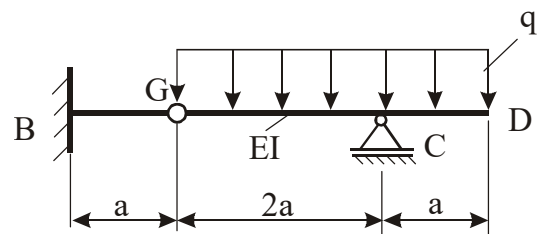
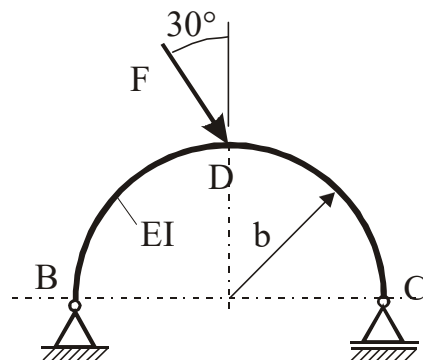


8.4

Geg.: $F = 2 \cdot 10^3 \text{ N}$
 $b = 0,8 \text{ m}$
 $EI = 3,2 \cdot 10^{10} \text{ Nmm}^2$

- Ges.:** Verschiebungen des Kraftangriffspunktes in vertikaler und horizontaler Richtung
(Nur Biegearbeit berücksichtigen!)



8.5**Geg.:** F, b, EI **Ges.:** Verschiebung des Rollenlagers C
(Nur Biegearbeit berücksichtigen!)**8.6****Geg.:** F, a, b, EI **Ges.:** Verschiebung des Punktes C
in vertikaler und horizontaler
Richtung
(Nur Biegearbeit berücksichtigen!)**8.7****Geg.:** q, a, EI **Ges.:** Verschiebungen von G und D
(Nur Biegearbeit berücksichtigen!)**8.8****Geg.:** F, b, EI **Ges.:** Verschiebungen des Lagers C
und des Kraftangriffspunktes D

8.9

Geg.: $F = 5 \cdot 10^3 \text{ N}$

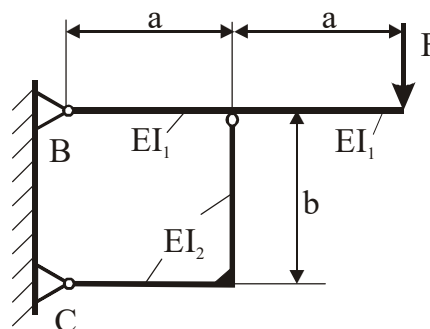
$$a = 1,5 \text{ m}$$

$$b = 2 \text{ m}$$

$$EI_1 = 2 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

$$EI_2 = 6 \cdot 10^{12} \text{ Nmm}^2$$

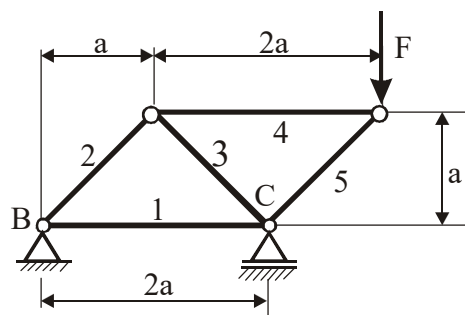
Ges.: Verschiebung des Kraftangriffspunktes



8.10

Geg.: F, a, EA (Dehnsteifigkeit der 5 Stäbe)

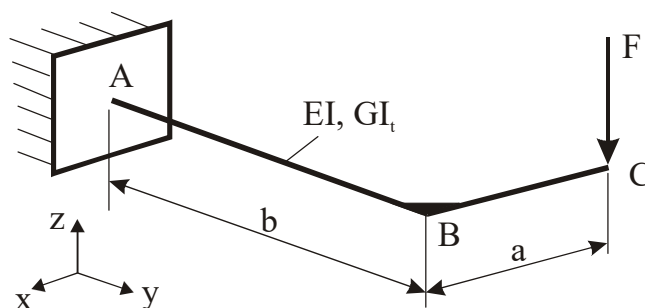
Ges.: Verschiebungen des Kraftangriffspunktes



8.11

Geg.: F, b, a, EI, GI_t

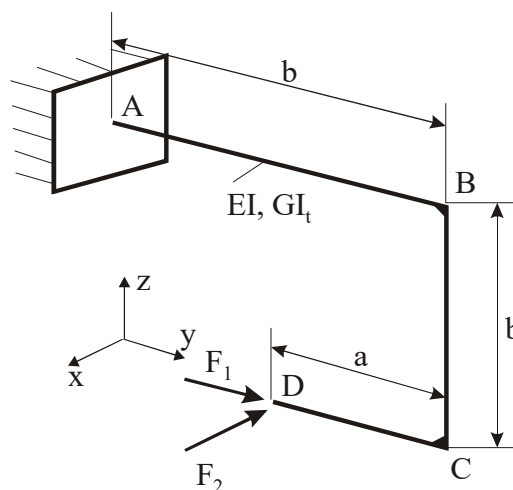
Ges.: Verschiebungen von C in x-, y- und z-Richtung



8.12

Geg.: $F_1 = F, F_2 = 2F, b, a = b/2, EI, GI_t$

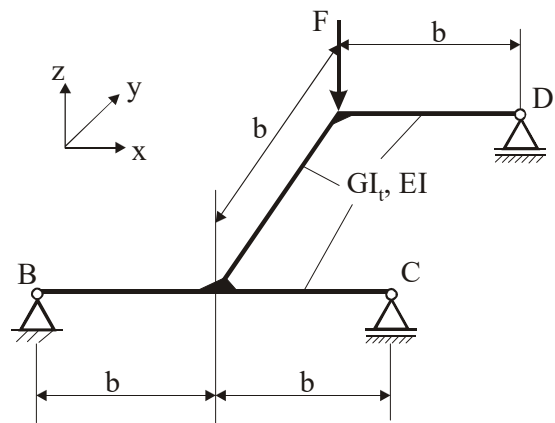
Ges.: Verschiebung von D in x-, y- und z-Richtung



8.13

- Geg.:** b, F, EI, GI_t
 (Kreisquerschnitt)
 B: Verschiebung in x, y, z -Richtung
 verhindert
 C: Verschiebung in y, z -Richtung
 verhindert
 D: Verschiebung in z -Richtung
 verhindert

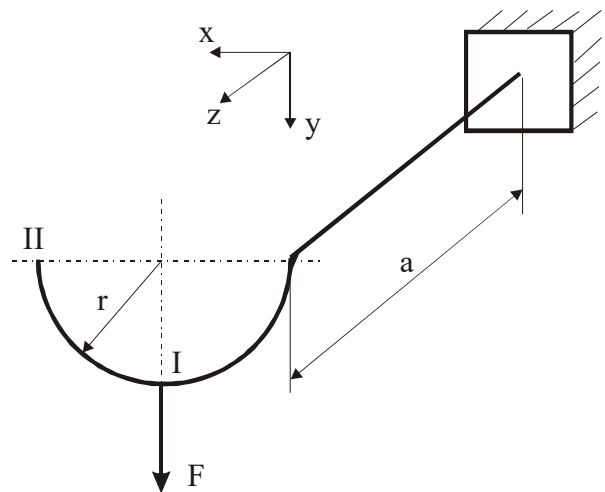
Ges.: Verschiebung des Last-
 angriffspunktes für $G = 2/5 E$



8.14

- Geg.:** $F, r, a = 2r, EI, \nu = 0,3$
 (Kreisquerschnitt)

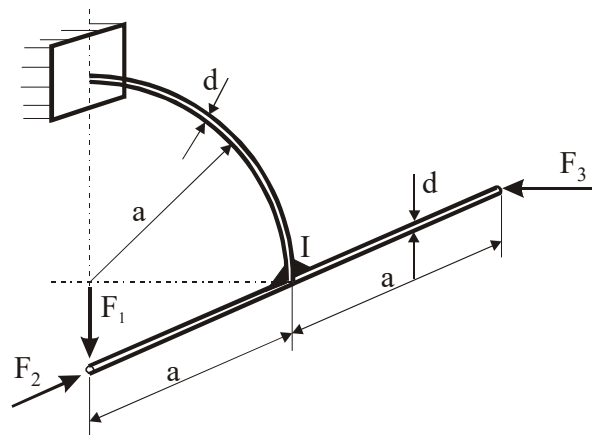
- Ges.:** 1. Verschiebungen des
 Punktes I
 2. Verschiebungen des
 Punktes II
 in x -, y - und z -Richtung

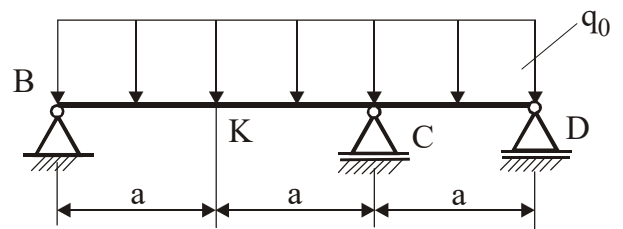
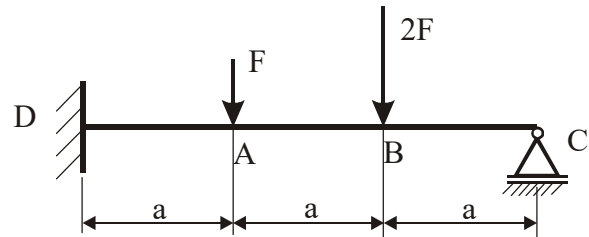
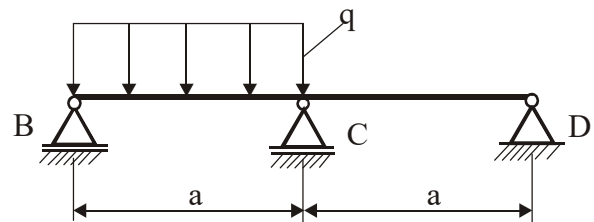
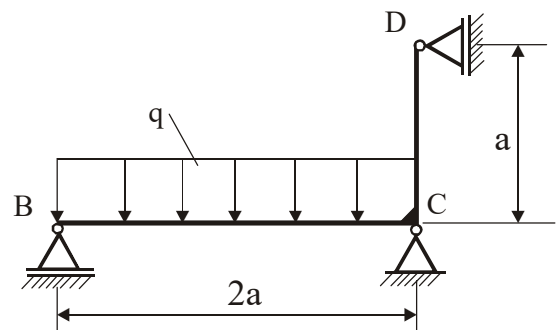


8.15

- Geg.:** $F_1 = 100 N$
 $F_2 = 50 N$
 $F_3 = 100 N$
 $a = 0,6 m$
 $d = 20 mm$ (Kreisquerschnitt)
 $E = 2 \cdot 10^5 N/mm^2$
 $\nu = 0,3$

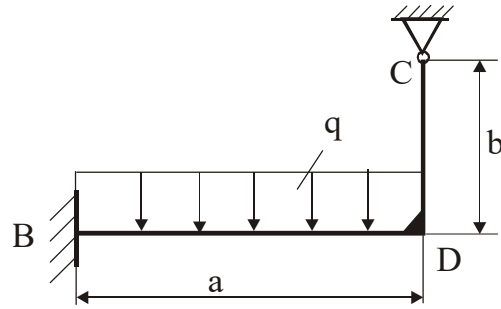
Ges.: Verschiebungen des Punktes I



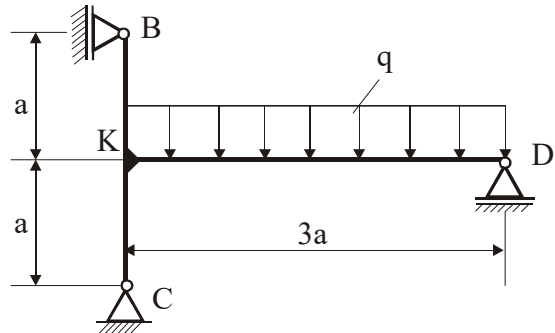
8.16**Geg.:** a, q_0, EI **Ges.:** 1. Auflagerkräfte
2. Verschiebung des Punktes K**8.17****Geg.:** F, a, EI **Ges.:** 1. Verschiebungen v_A und v_B
2. Einflußzahlen $\alpha_{AA}, \alpha_{BB}, \alpha_{AB}, \alpha_{BA}$ **8.18****Geg.:** q, a, EI **Ges.:** 1. Auflagerkräfte
2. Neigung an den Lagerstellen B, C und D**8.19****Geg.:** q, a, EI **Ges.:** 1. Prinzipskizze des Durchbiegungsverlaufes
2. Auflagerkräfte
3. Neigung des Trägers an der Stelle D

8.20**Geg.:** q, a, b, EI

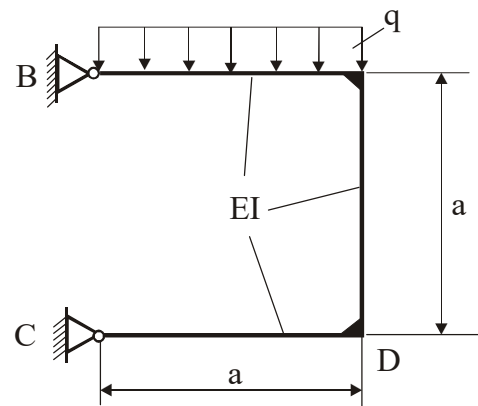
- Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
 2. Welcher Drehfederkonstanten entspricht der Teil DC des Tragwerks?
 (Nur Biegearbeit berücksichtigen!)

**8.21****Geg.:** a, q, EI

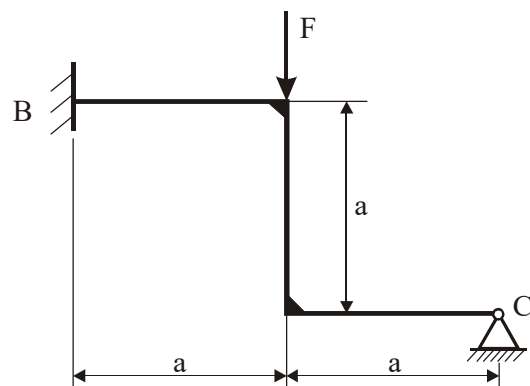
- Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
 2. Neigung bei K
 3. Momentenverlauf
 (Nur Biegearbeit berücksichtigen!)

**8.22****Geg.:** a, q, EI

- Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
 2. Verschiebung von D

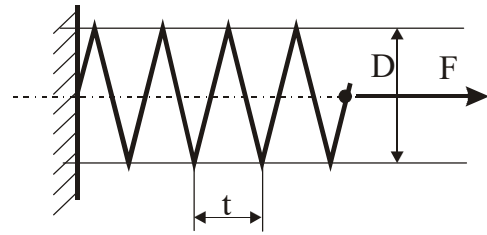
**8.23****Geg.:** a, F, EI

- Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
 2. Verlauf der Biegemomente



8.24

Geg.: Zylindrische Schraubenfeder
 i = Anzahl der Windungen
 d = Drahtdurchmesser
 E, G, D, t, F

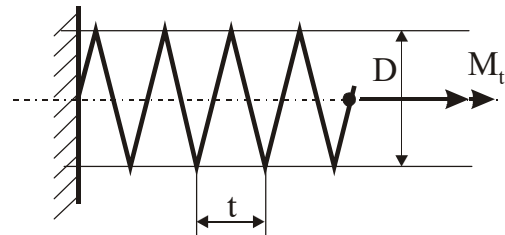


Ges.: Federzahl c
 (Nur Biege- und Torsionsarbeit berücksichtigen.)

8.25

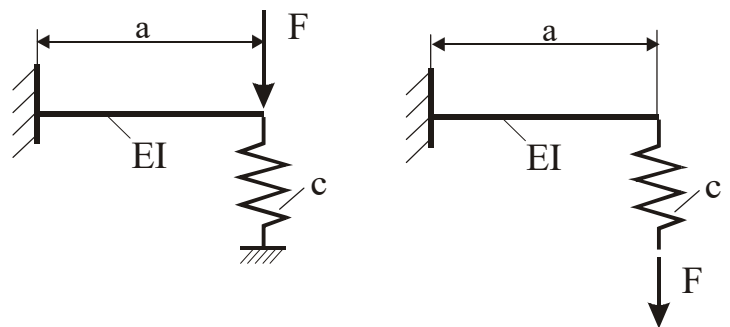
Geg.: wie 8.24

Ges.: Drehfederzahl c_φ
 (Nur Biege- und Torsionsarbeit berücksichtigen.)

**8.26**

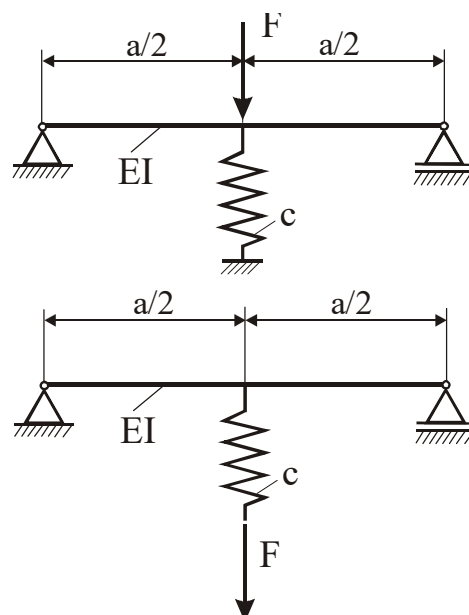
Geg.: c, EI, a, F

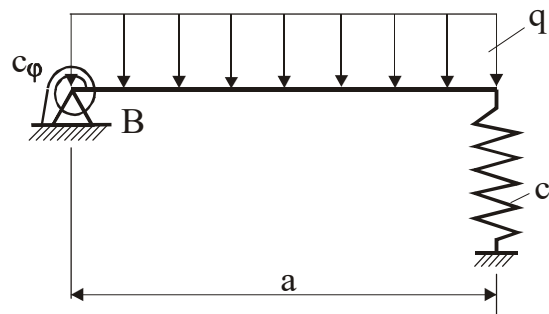
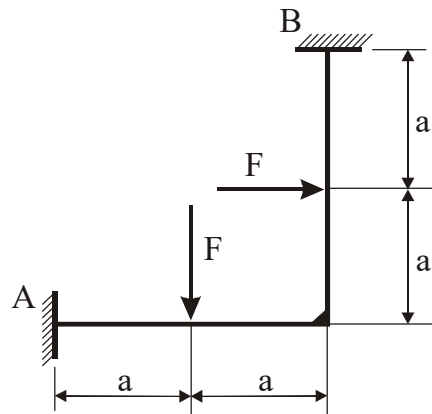
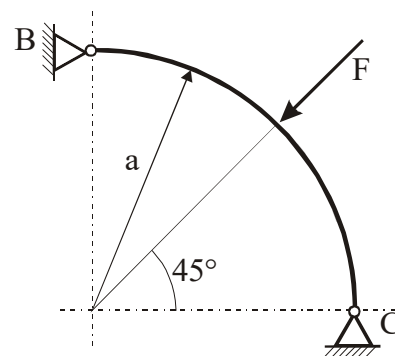
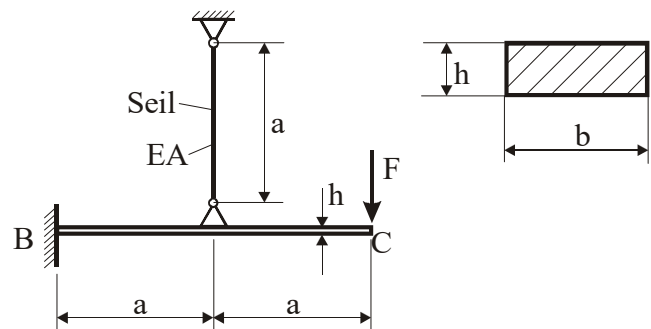
Ges.: Ersatzfederzahl c_{ers}
 für beide Fälle

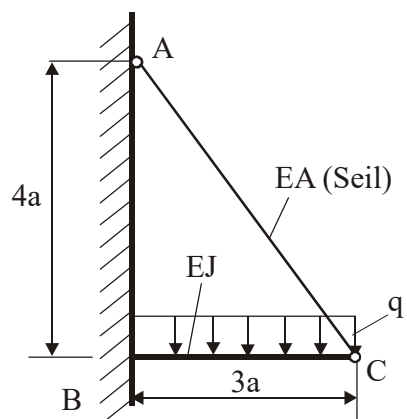
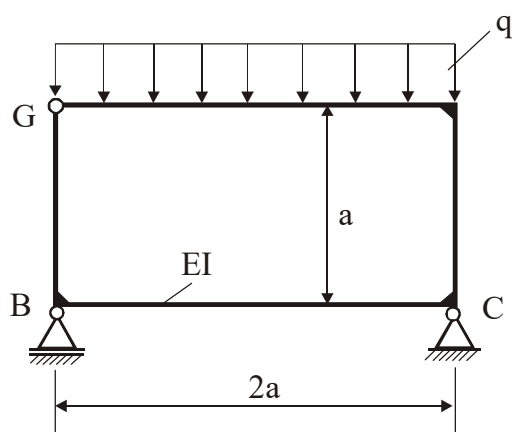
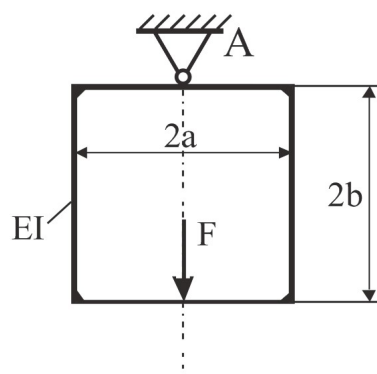
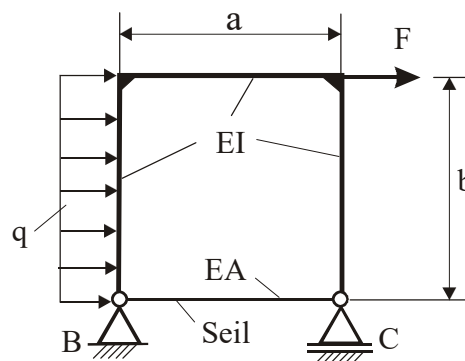
**8.27**

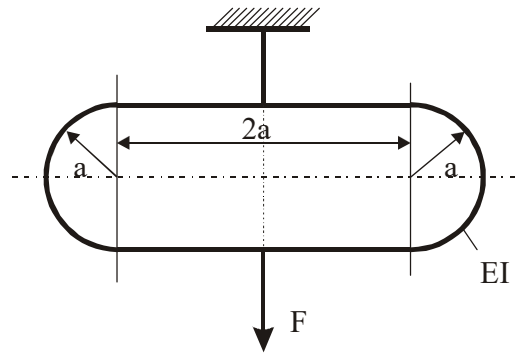
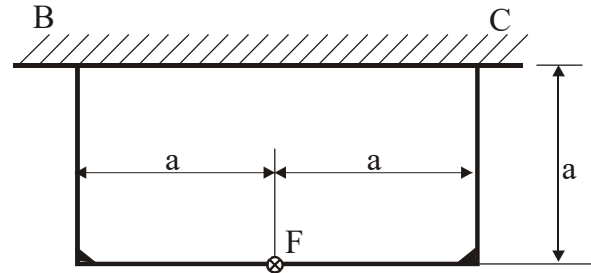
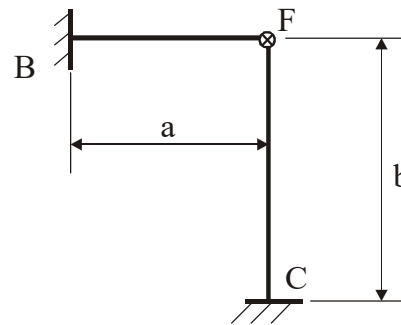
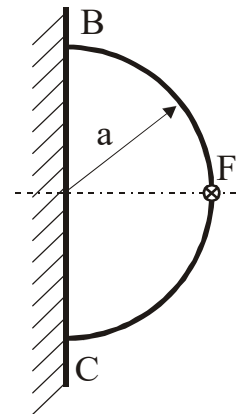
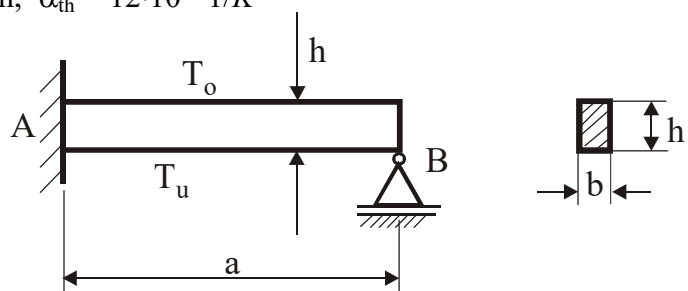
Geg.: c, EI, a, F

Ges.: Ersatzfederzahl c_{ers}
 für beide Fälle



8.28**Geg.:** a, c, c_φ, EI, q **Ges.:** Auflagerreaktionen
(Spezialfälle $c \Rightarrow 0, c \Rightarrow \infty,$
 $c_\varphi \Rightarrow 0, c_\varphi \Rightarrow \infty$)**8.29****Geg.:** $F, a, EI = \text{konst.}$ **Ges.:** 1. Prinzipskizze der Verformung
2. Auflagerreaktionen
3. Verschiebung der Kraftangriffspunkte**8.30****Geg.:** F, a, EI **Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
2. Verschiebung des Lastangriffspunktes**8.31****Geg.:** $F = 10\,000\text{ N}, a = 1\text{ m}$
 $b = 200\text{ mm}, h = 50\text{ mm}$
 $A = 50\text{ mm}^2, E = 2 \cdot 10^5\text{ N/mm}^2$
 $\rho = 7,85\text{ kg/dm}^3$ **Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
2. $\sigma_{b\text{max}}$
3. σ_z im Seil
4. v_C
5. Punkte 1-4 mit Eigengewicht des Balkens BC

8.32Geg.: q, a, EI, EA Ges.: 1. Seilkraft und Auflagerreaktionen
2. v_C **8.33**Geg.: $a, q, EI = \text{konst.}$ Ges.: 1. Gelenkkräfte,
Auflagerkräfte
2. F_L -, F_Q -, M_b -Verläufe**8.34**Geg.: $a, b, F, EI = \text{konst.}$ Ges.: 1. Momentenverlauf (Skizze)
2. Verschiebung des Kraftangriffspunktes**8.35**Geg.: $q, a, b = 1,5 a$
 $F = q b, EI, EA$ Ges.: 1. Auflagerkräfte,
Seilkraft
2. Verschiebung von C

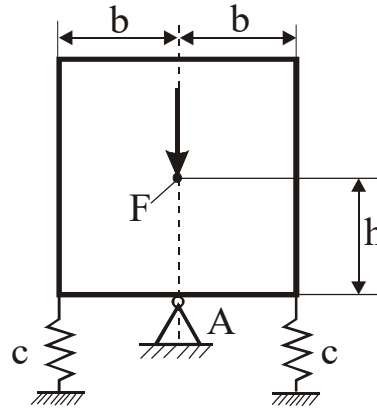
8.36**Geg.:** $a, F, EI = \text{konst.}$ **Ges.:** Federkonstante c **8.37****Geg.:** $F, a, EI = 5/4 GI_t$ **Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
2. Verschiebung des Lastangriffspunktes**8.38****Geg.:** $F, a, b = a, EI = 5/4 GI_t$ **Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
2. Verschiebung des Lastangriffspunktes**8.39****Geg.:** $F, a, EI = 5/4 GI_t$ **Ges.:** 1. Auflagerreaktionen
2. Verschiebung des Lastangriffspunktes**8.40****Geg.:** $a = 1 \text{ m}, b = 10 \text{ mm}, h = 20 \text{ mm}, E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
Ausgangstemperatur $T_m = 293 \text{ K}, T_o = 333 \text{ K}, T_u = 293 \text{ K}$
lineare Temperaturverteilung über $h, \alpha_{th} = 12 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$ **Ges.:** 1. Lagerkraft F_B
2. Neigung bei B

9 Stabilität

9.1

Geg.: c, b, h

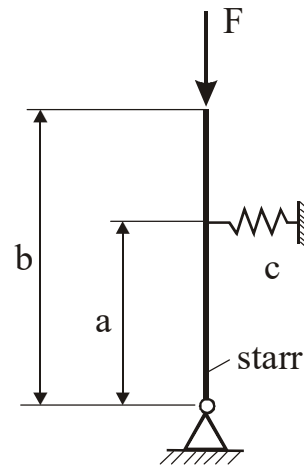
Ges.: F_k



9.2

Geg.: c, a, b

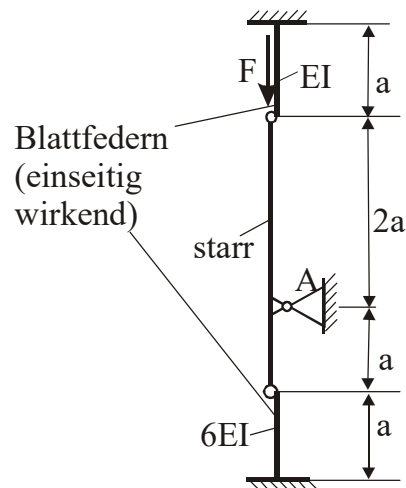
Ges.: F_k



9.3

Geg.: a, EI

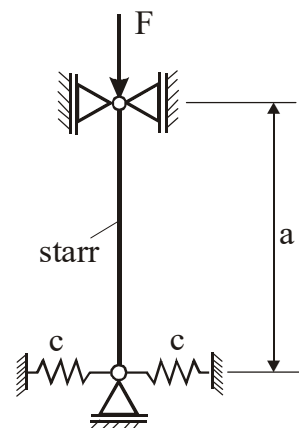
Ges.: F_k



9.4

Geg.: a, c

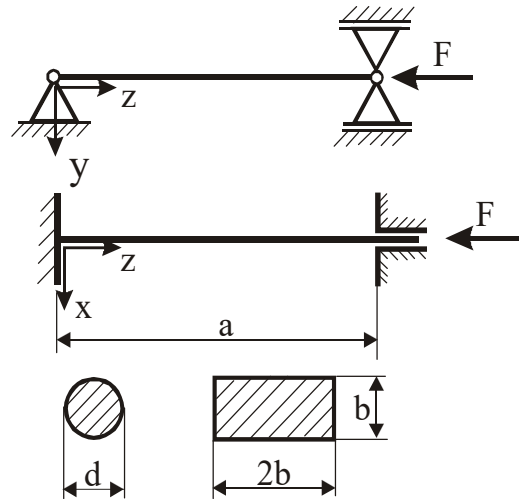
Ges.: F_k



9.5

Geg.: $F = 1 \text{ kN}$
 $E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 Knicksicherheit $s_K = 5$
 $a = 1 \text{ m}$

Zwei Querschnittsformen (siehe Bild)
Hinweis: Lagerung des Knickstabes ist in zwei Ebenen unterschiedlich (siehe Bild)

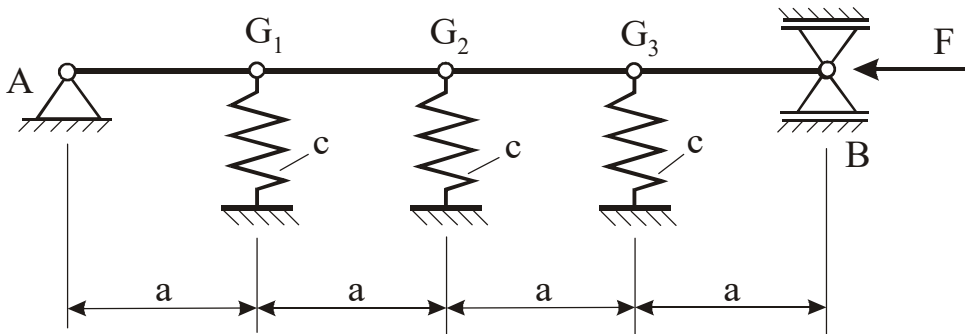


- Ges.: 1. Wie ist der Rechteckquerschnitt zweckmäßig anzuordnen?
 2. d
 3. b (elastisches Knicken vorausgesetzt)

9.6

Geg.: Starre Stäbe der Länge a gelenkig verbunden und elastisch gestützt, Federzahl c

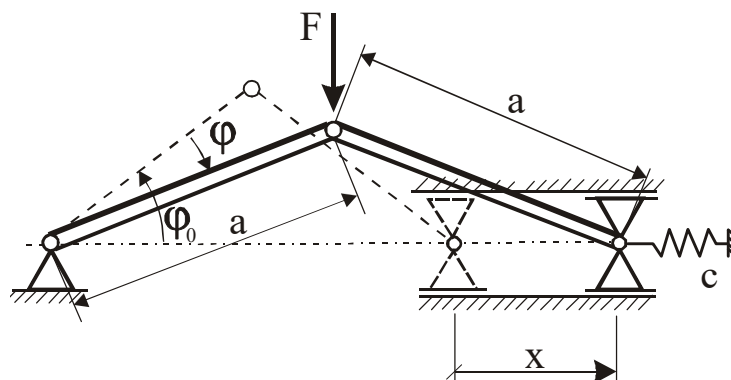
- Ges.: 1. Eigenwertgleichung
 2. Eigenfunktionen
 3. F_k



9.7

Geg.: a, c, φ_0
 für $\varphi = 0$ ist $x = 0$ und Federkraft $F_c = 0$

- Ges.: 1. $F = F(\varphi)$,
 2. Für $\varphi_0 = \pi/3$ graf. Darstellung $F = F(\varphi)$
 3. Diskussion des Verlaufs von $F = F(\varphi)$



9.8

Geg.: Stab mit Kreisquerschnitt

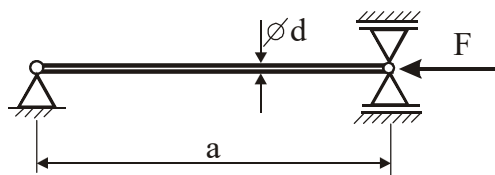
$$F = 20 \text{ kN}, E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

$$\text{Knicksicherheit } s_K = 5$$

$$a = 50 \text{ cm}$$

für elast.-plast. Knicken:

$$\sigma_k = (310 - 1,14 \lambda) \text{ N/mm}^2$$

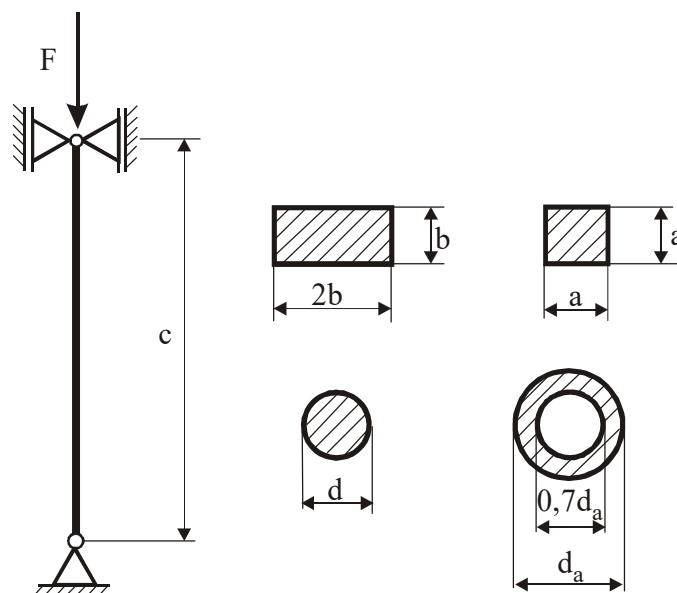


- Ges.:** 1. Grenزشlankheitsgrad λ_p
2. Durchmesser d

9.9

Geg.: 4 verschiedene Querschnitte mit gleichem Flächeninhalt

Ges.: Verhältnis der kritischen Kräfte



9.10

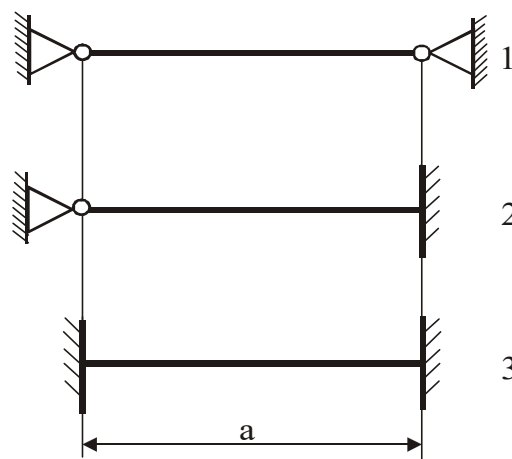
Geg.: 3 Stäbe, bei Raumtemperatur spannungsfrei

$$I = 2700 \text{ mm}^4, \alpha_{th} = 12,2 \cdot 10^{-6} \text{ 1/K}$$

$$A = 300 \text{ mm}^2, \lambda_p = 109$$

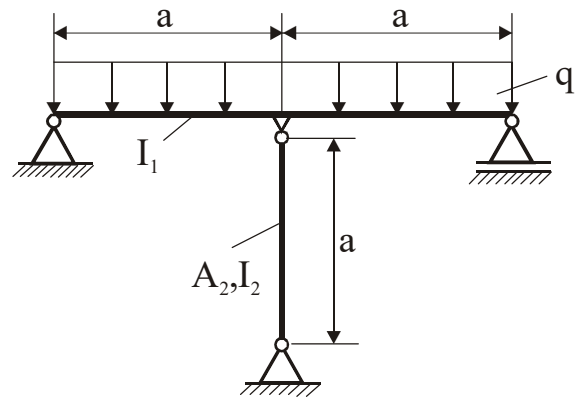
$$a = 700 \text{ mm}, E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$$

- Ges.:** 1. Schlankheitsgrad λ und Entscheidung, ob Eulerformeln zulässig sind
2. ΔT_k bei der Knicken erfolgt



9.11

Geg.: $E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 $a = 2\,500 \text{ mm}$
 $I_1 = 2,14 \cdot 10^7 \text{ mm}^4$
 $I_2 = 1,17 \cdot 10^6 \text{ mm}^4$
 $A_2 = 3350 \text{ mm}^2$

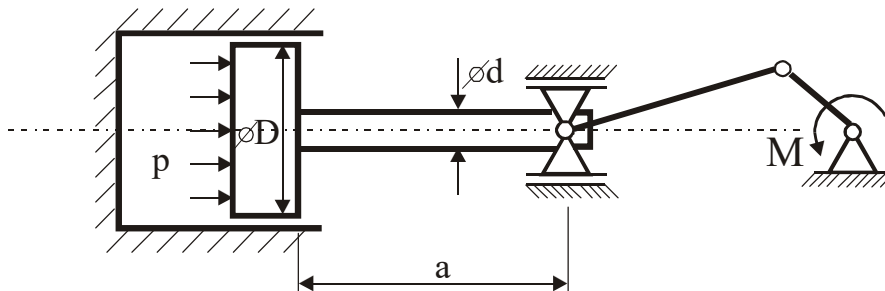


- Ges.:** 1. q_{krit} bei der Stützstab ausknickt
 (Stützstab wird für $q < q_{\text{krit}}$ als starr
 angesehen)
 2. Verlauf des Biegemomentes im
 horizontal liegenden Balken,
 für $q > q_{\text{krit}}$

9.12

Geg.: Kolbenstange, $d = 30 \text{ mm}$, $a = 480 \text{ mm}$
 $D = 200 \text{ mm}$, $p = 7 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$
 $E = 2,0 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$
 $\sigma_k = (283,5 - 0,802\lambda) \text{ N/mm}^2$ (elast.-plast. Knicken)

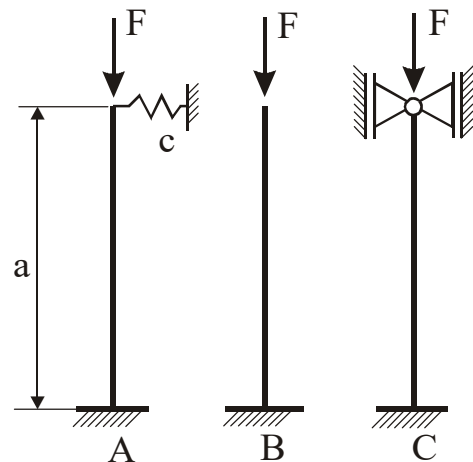
- Ges.:** 1. Grenzschlankheitsgrad λ_p
 2. Knicksicherheit s_K



9.13

Geg.: a , EI , c

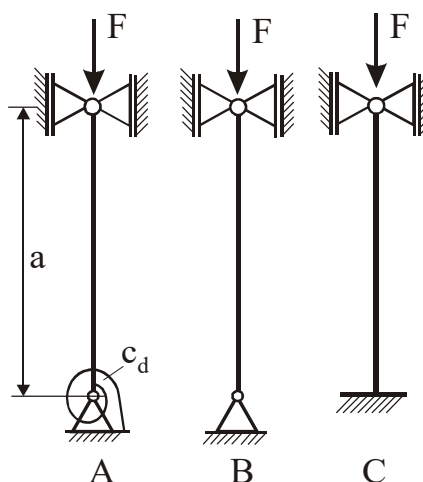
- Ges.:** 1. F_k für Fall A,
 Eigenwertgleichung und
 Lösung für $EI/ca^3 = 0,01$, $0,1$ und 1
 2. Knicklast für B und C
 als Grenzfälle von A



9.14

Geg.: a, EI, c_d

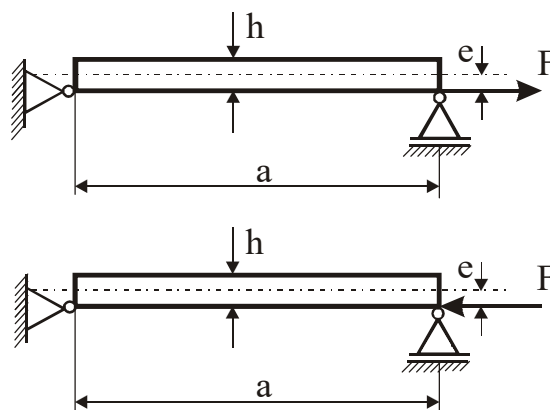
- Ges.: 1. F_k für Fall A
Eigenwertgleichung und Lösung
für $EI/c_d a = 0,01, 0,1$ und 1
2. Knicklast für B und C als
Grenzfälle von A



9.15

Geg.: Exzentrisch belasteter Zug- bzw.
Druckstab
 $h, e = h/2, I, A, E, a, F$

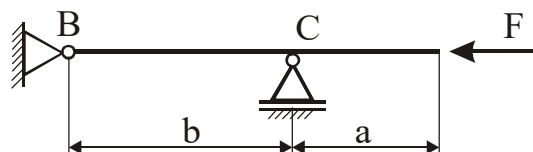
Ges.: $|\sigma_{\max}|$ bezogen auf F/A



9.16

Geg.: a, b, E, I, A

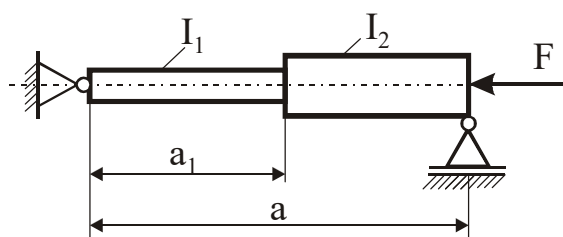
- Ges.: 1. Eigenwertgleichung des Problems
2. Knicklast F_k für $a = b$,
Schlankheitsgrad λ



9.17

Geg.: $a, b, E, I_1, A_1, I_2, A_2$

- Ges.: 1. Eigenwertgleichung
des Problems
2. Für $I_1 = 0,49 I_2$ und $a_1 = 0,4 a$
ist F_k zu ermitteln
3. Man diskutiere den Fall, daß im
Bereich von a_1 $\sigma > \sigma_p$ wird
(elast.-plast. Verhalten des Materials)



10 Rotationssymmetrische Spannungszustände

10.1

Preßsitz zweier Rohre

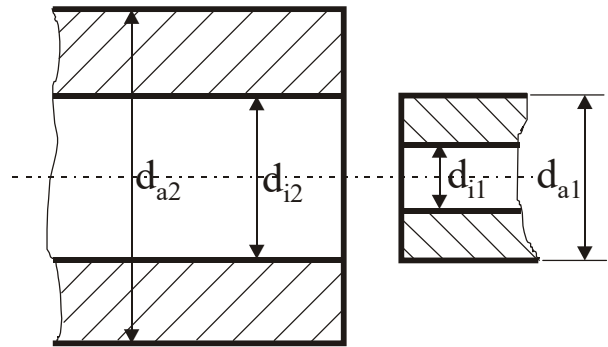
Geg.: $d_{i1} = 160 \text{ mm}$, $d_{a1} = 300,2 \text{ mm}$

$d_{i2} = 300 \text{ mm}$, $d_{a2} = 500 \text{ mm}$

$E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$

$\nu_1 = \nu_2 = 0,3$

- Ges.:** 1. Schrumpfdruck p_s
2. $\sigma_r(r)$ und $\sigma_\varphi(r)$ in beiden Rohren

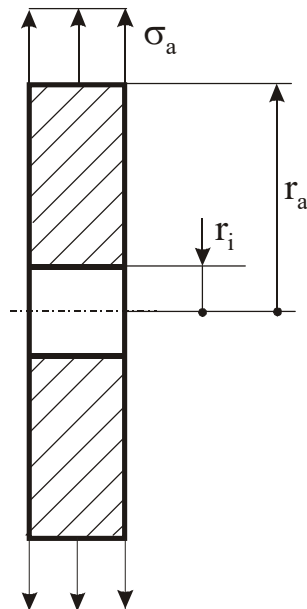


10.2

Kreisringscheibe unter allseitigem Zug

Geg.: r_i , r_a , σ_a

- Ges.:** 1. $\sigma_r(r)$, $\sigma_\varphi(r)$
speziell $\sigma_r(r_i)$, $\sigma_\varphi(r_i)$
2. Man diskutiere das Ergebnis
unter der Annahme $r_i/r_a \Rightarrow 0$



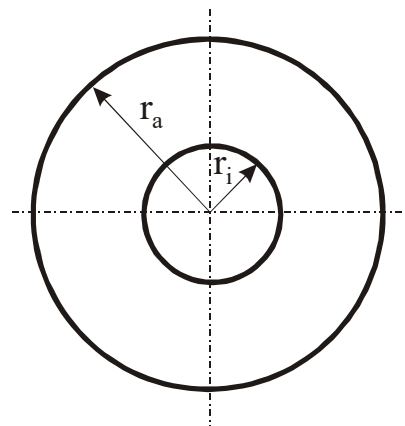
10.3

Geg.: Innenradius der Kreisringscheibe wird um Δr aufgeweitet

$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,3$

$r_a = 3r_i$, $\Delta r = 0,001 \cdot r_i$

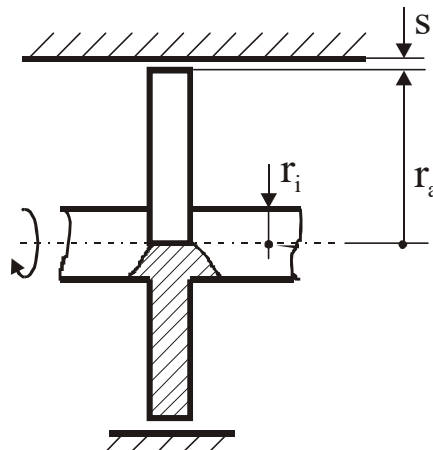
- Ges.:** $\sigma_r(r)$, $\sigma_\varphi(r)$, $\sigma_v(r)$ (Gestaltänderungshypothese), graf. Darstellung



10.4

Geg.: $r_i = 50 \text{ mm}$, $r_a = 250 \text{ mm}$
 $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,3$
 $s = 0,1 \text{ mm}$, $\rho = 7,85 \text{ kg/dm}^3$

Ges.: Drehzahl, bei der die Scheibe
 am Gehäuse anläuft
 a) Welle sei starr
 b) Betrachtung einer Vollscheibe

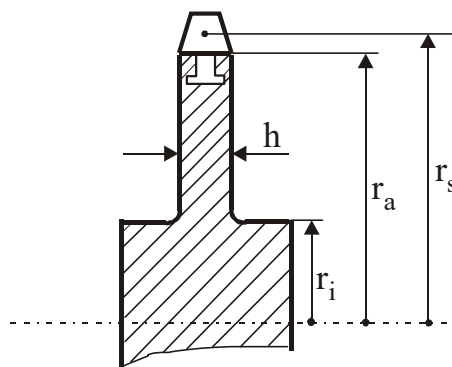


10.5

Rotierende Turbinenscheibe mit z Schaufeln

Geg.: Masse einer Schaufel $m_s = 100 \text{ g}$
 Schaufelanzahl $z = 230$
 Schaufelschwerpunktradius $r_s = 425 \text{ mm}$
 Drehzahl $n = 3000 \text{ U/min}$
 $r_i = 70 \text{ mm}$, $r_a = 380 \text{ mm}$, $h = 20 \text{ mm}$
 $\rho = 7,85 \text{ kg/dm}^3$, $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,3$

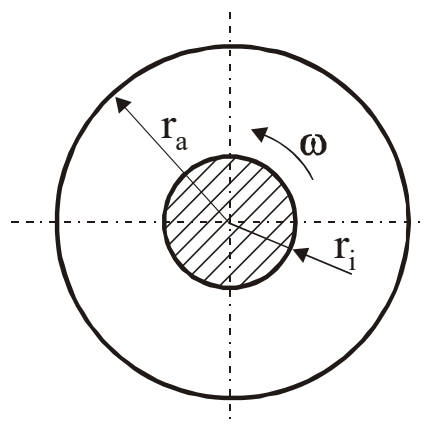
Ges.: σ_r , σ_ϕ , σ_v (Gestaltänderungshypothese)
 am Außen- und Innenrand der Scheibe



10.6

Geg.: Rotierende Scheibe konstanter
 Dicke auf Vollwelle aufgeschraubt
 $r_a = 300 \text{ mm}$, $r_i = 100 \text{ mm}$
 $\Delta r = 0,1 \text{ mm}$
 für Scheibe und Welle:
 $E = 4,5 \cdot 10^4 \text{ N/mm}^2$, $\nu = 0,3$, $\rho = 1,8 \text{ kg/dm}^3$
 (Magnesium-Legierung)

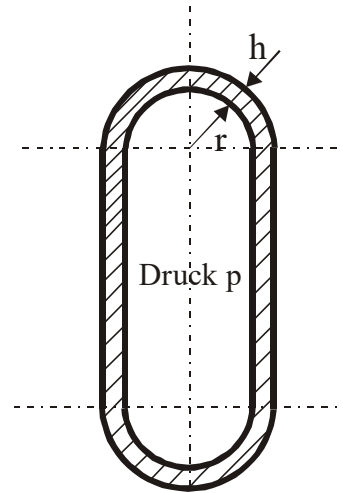
Ges.: Winkelgeschwindigkeit ω , bei der sich die
 Scheibe zu lösen beginnt



10.7

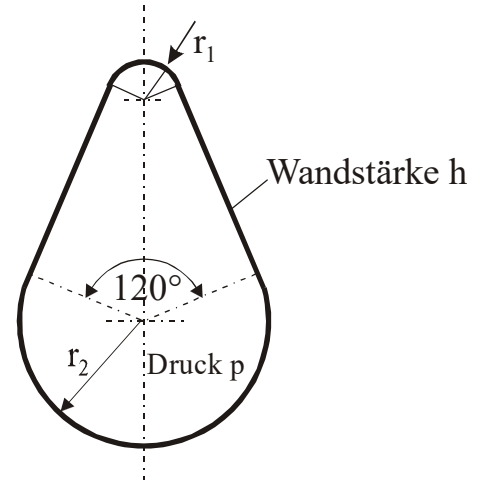
Geg.: Zylinderkessel mit halbkugelförmigen Böden unter Innendruck
 $p = 0,6 \text{ N/mm}^2$, $r = 200 \text{ mm}$
 $h = 1 \text{ mm}$

Ges.: 1. Spannungen σ_φ und σ_ϑ
 2. Diskussion der Ergebnisse

**10.8**

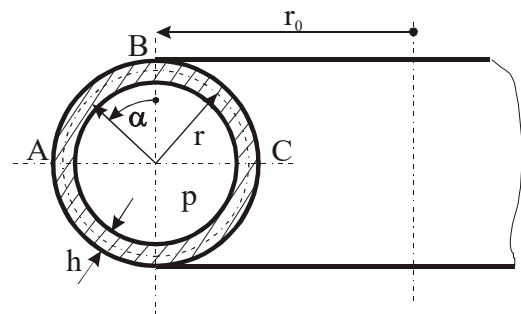
Geg.: Rotationssymmetrischer Kessel unter Innendruck
 $r_1 = 500 \text{ mm}$, $r_2 = 1500 \text{ mm}$, $h = 10 \text{ mm}$
 $p = 1 \text{ N/mm}^2$

Ges.: Spannungen σ_φ und σ_ϑ
 (grafische Darstellung)

**10.9**

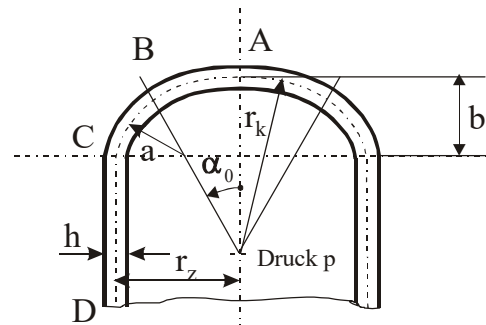
Geg.: Ringkessel mit Kreisringquerschnitt unter Innendruck $p = 2 \text{ N/mm}^2$
 $r_0 = 500 \text{ mm}$, $r = 250 \text{ mm}$
 $h = 10 \text{ mm}$

Ges.: Verlauf der Spannungen $\sigma_\vartheta(\alpha)$ und $\sigma_\varphi(\alpha)$

**10.10**

Geg.: Kesselboden in Form eines Korbbogens
 $p = 1 \text{ N/mm}^2$, $h = 10 \text{ mm}$
 $r_z = 500 \text{ mm}$, $a = 150 \text{ mm}$
 $r_k = 800 \text{ mm}$

Ges.: 1. α_0 , b
 2. Verlauf von σ_ϑ und σ_φ
 (graf. Darstellung)
 3. Man diskutiere das Ergebnis

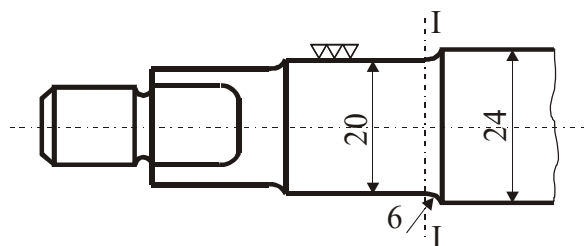


11 Dauerfestigkeit

11.1

Geg.: Tretlagerwelle eines Fahrrades durch wechselndes Biegemoment und schwelldendes Torsionsmoment belastet

Stelle I: $M_b = 104 \text{ Nm}$, $M_t = 136 \text{ Nm}$,
Werkstoff 34Cr4

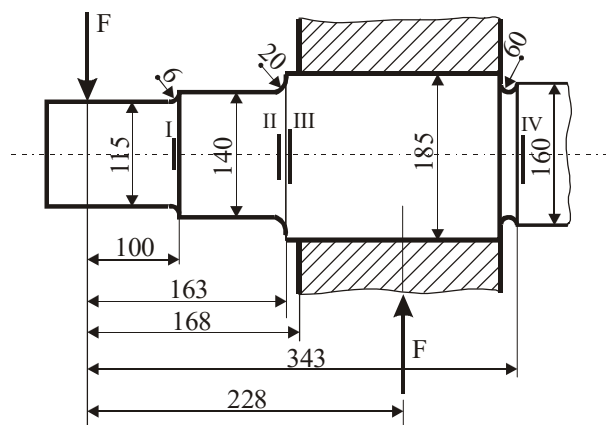


Ges.: Sicherheitsnachweis für Querschnitt I nach DIN 743

11.2

Geg.: Radachse eines D-Zug-Wagens, anteilige Wagenmasse pro Lagerstelle 10,2 t, Werkstoff St50 (Horizontalkräfte, Schwingungskräfte, Achsmasse werden vernachlässigt)

Ges.: 1. Nennbiegespannungen in den Querschnitten I bis IV
2. Sicherheitsnachweis für Querschnitt I nach DIN 743



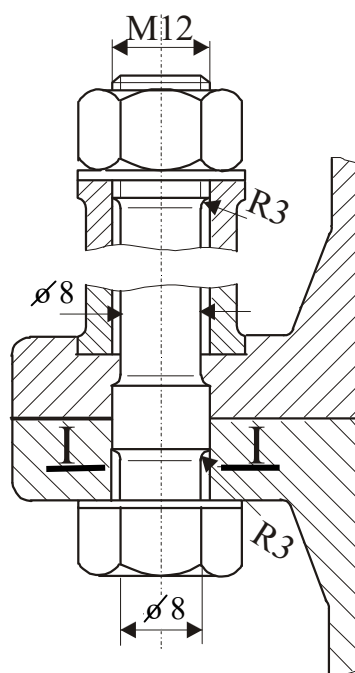
11.3

Flanschschraube für Hochdruckgefäß

Geg.: Längskräfte der Schraube*
min 30 000 N
max 35 000 N
momentenfreie Beanspruchung
Werkstoff 34Cr4
Hohlkehle poliert

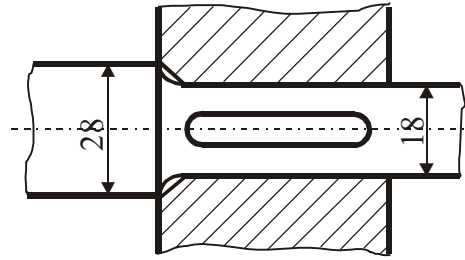
Ges.: Sicherheitsnachweis für Querschnitt I nach DIN 743

* aus Vorspannung und Betriebskraft mit Verspannungsdiagramm bestimmt



11.4

Geg.: Paßfederverbindung
 Schnittgrößen an der Kerbstelle
 $F_1 = 3,85 \cdot 10^3 \text{ N}$, $M_b = 62,2 \text{ Nm}$
 (Umlaufbiegung),
 $M_t = 53 \text{ Nm}$
 Werkstoff 34Cr4



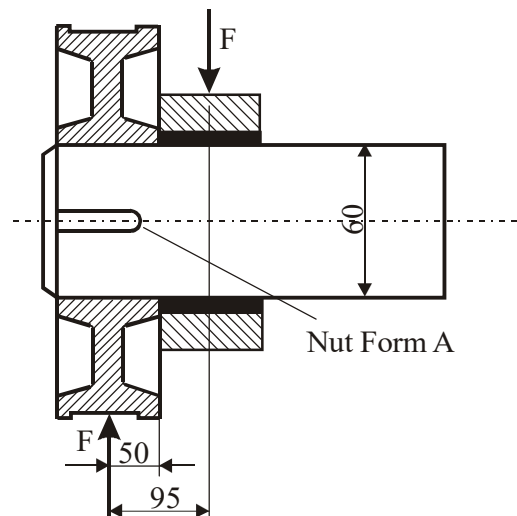
Ges.: Nachweis der Dauerfestigkeit
 für die Wellen-Naben-Verbindung
 nach DIN 743

11.5

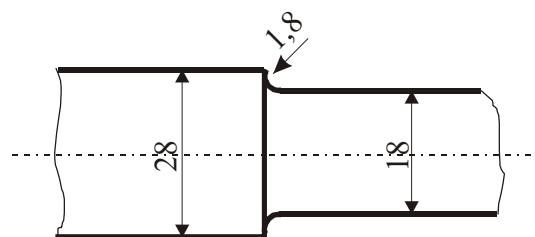
Radachse einer Laufkatze

Geg.: $F = 16,5 \cdot 10^3 \text{ N}$

Ges.: Nachweis der Festigkeit
 nach DIN 743
 Werkstoff: St 50
 $R_2 = 40 \mu\text{m}$

**11.6**

Geg.: Gezeichneter Wellenabsatz aus 34Cr4
 $R = 10 \mu\text{m}$
 Sicherheit: statisch 1,5
 schwingend 2



Ges.: maximal zulässige Kräfte bzw. Momente
 zu folgenden Beanspruchungsarten

Beanspruchungsart	Belastungscharakter
Zug, Biegung, Torsion	statisch
Zug, Biegung, Torsion	wechselnd
Zug	schwellend

11.7

Die skizzierte Welle wird im Schnitt I-I durch das wechselnde Biegemoment M_b und das wechselnde Torsionsmoment M_t (Lastfall III für beide Momente) stoßartig beansprucht.

Geg.: $M_b = 2 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$, $M_t = 5 \cdot 10^4 \text{ Nmm}$

$d = 20 \text{ mm}$, $D = 28 \text{ mm}$, $r = 2 \text{ mm}$

Werkstoff: St60, Hohlkehle geschliffen

$\sigma_{bw} = 280 \text{ N/mm}^2$, $\tau_{tw} = 160 \text{ N/mm}^2$

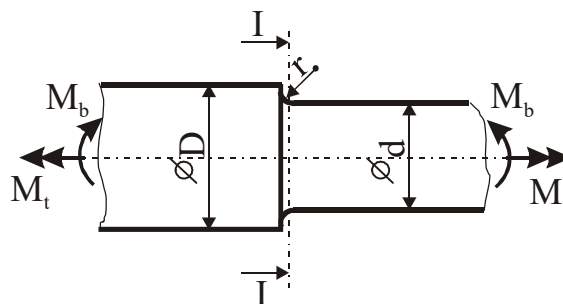
$\beta_{kb} = 1,35$ Kerbwirkungszahl bei Biegung

$\beta_{kt} = 1,18$ Kerbwirkungszahl bei Torsion

$K = 0,9$ Faktor des Größeneinflusses

$O_F = 0,92$ Faktor der Oberflächenbeschaffenheit bei Biegung

$\varphi = 1,3$ Stoßzahl



Ges.: Sicherheit gegen Dauerbruch

11.8

Für die skizzierte Welle, die durch die dargestellten Zahnkräfte stoßfrei belastet wird, ist ein Festigkeitsnachweis (Dauerfestigkeit) zu führen.

Geg.: $F = 1000 \text{ N}$, $D = 150 \text{ mm}$, $d = 60 \text{ mm}$, $b = 1 \text{ m}$, $a = 0,2 \text{ m}$, $\alpha = 20^\circ$

Werkstoff: C45, Oberfläche: geschliffet,

Verbindung: Zahnrad-Welle mit Paßfeder

Für die Biegebeanspruchung ist der Lastfall III (wechselnd),

für die Torsionsbeanspruchung der Lastfall II (schwellend) anzunehmen.

$\sigma_{bw} = 320 \text{ N/mm}^2$, $\tau_{sch} = 270 \text{ N/mm}^2$

$\beta_{kb} = 2,5$ Kerbwirkungszahl bei Biegung

$\beta_{kt} = 1,75$ Kerbwirkungszahl bei Torsion

$K = 0,68$ Faktor des Größeneinflusses

$O_F = 0,88$ Faktor der Oberflächenbeschaffenheit bei Biegung

$O_{Ft} = 0,93$ Faktor der Oberflächenbeschaffenheit bei Torsion

Ges.: Sicherheit gegen Dauerbruch

