Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Institut für Mechanik

Übungsaufgaben

zur

Technischen Mechanik

- Statik -

Ausgabe 2010

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Fakultät für Maschinenbau
Institut für Mechanik

Aufgaben zur Technischen Mechanik

- Statik -

zum Gebrauch in den Übungen

Zusammengestellt von I. Dankert

Inhalt: Seite

1	Auswahl mathematischer Grundaufgaben	1
2	Das ebene Kraftsystem	3
2.1	Das zentrale ebene Kraftsystem	3
2.2	Das allgemeine ebene Kraftsystem	6
3	Ebene Tragwerke	8
3.1	Lagerreaktionen ebener Tragwerke	8
3.2	Scheibenverbindungen	12
3.3	Schnittgrößen in Trägern und Systemen von Trägern	17
4	Das räumliche Kraftsystem	22
4.1	Das zentrale räumliche Kraftsystem	22
4.2	Das allgemeine räumliche Kraftsystem	23
4.3	Schnittgrößen im räumlich belasteten Balken	26
5	Der Schwerpunkt	27
6	Flächenträgheitsmomente	30
7	Haftung und Reibung	32
8	Das Prinzip der virtuellen Arbeit	37
9	Seile und Ketten	41

1 Auswahl mathematischer Grundaufgaben

1.1 Man berechne: $\left[\frac{11}{10}+7:\left(\frac{37}{12}-\frac{13}{8}\right)\right]\cdot\frac{60}{59}=$

1.2 Vereinfachen Sie die folgenden Ausdrücke:

(1) $1-\dfrac{1}{1-a\dfrac{1}{1-\dfrac{b}{a}}}=$

(2) $\frac{a+1}{a}-\frac{a-1}{a}-\frac{1-a}{a}=$

(3) $\frac{b+5c-a}{6}-\frac{3a-7b+6c}{4}+\frac{4a-5b+7c}{3}=$

(4) $\frac{3a-1}{4a-1}-\frac{3}{4}=$

(5) $\frac{1}{a+1}+\frac{4}{3a+2}-\frac{3}{a+1}=$

1.3 Lösen Sie folgende algebraische Gleichungen nach x auf:

(1) $7x-2-5x=-4x+3+3x-8$

(2) $(x+a)^2-(x-b)^2=2a(a+b)$

(3) $\frac{2}{x-2}+\frac{3}{x+2}=\frac{5}{x}$

(4) $\frac{x+2a}{2a-x}+\frac{x-2a}{2a+x}=\frac{4a^2}{4a^2-x^2}$

(5) $\sqrt[3]{x+2}=3$

(6) $14=\sqrt{x-4}+\sqrt{x+24}$

1.4 Lösen Sie die folgenden quadratischen Gleichungen analytisch:

(1) $x^2+4x-5=0$

(2) $2x^2-16x+36=0$

(3) $x^2-14x+49=0$

(4) $\frac{x-1}{x+1}=\frac{4x-3}{5x-10}-\frac{7}{10}$

1.5 Lösen Sie die folgenden linearen Gleichungssysteme mit zwei Unbekannten analytisch:

(1) $x+y=-3,\qquad y-2x=6$

(2) $x-2y=4,\qquad 2x+5y=35$

(3) $4y(10x-3)-5x(8y+7)+165=0,\qquad 9x(4y-7)+3y(5-12x)=-114$

(4) $\frac{x+y+1}{x+y-1}=\frac{3}{2},\qquad \frac{x-y+1}{x+y+1}=\frac{1}{3}$

1.6 Gesucht sind die Lösungen x, y, z des folgenden linearen Gleichungssystems:

$$\begin{aligned} 5x + 7y - 2z &= 20 \\ 2x + 8y - 2z &= 18 \\ 3x - 10y \quad &= -34 \end{aligned}$$

1.7 Man bilde von folgenden Funktionen die erste Ableitung:

(1) $y = 3x^4 + 2x^{-3} - 5$ (2) $y = \left(x^2 - 1\right)\cos(2x)$ (3) $y = \dfrac{e^{-3x}\sin x}{x}$

1.8 Man integriere folgende Funktionen:

(1) $I = \int \left(2x^3 + 6x^{-2} + 4x + \dfrac{1}{x} + e^{2x} \right) dx =$

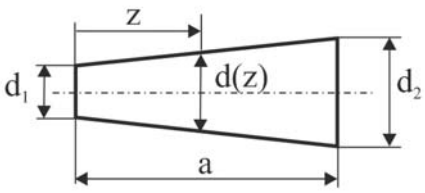
(2) $I = \int \left[\sin x + \cosh(bx) + a^x \right] dx =$

(3) $I = \int_{-1}^{1} \left[2x^3 + 6(2-x)^2 + 4x \right] dx =$

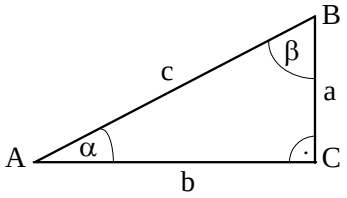
1.9 Für folgende Funktionen führe man eine Kurvendiskussion (mit grafischer Darstellung):

(1) $y = x^2 + 8x - 9$ (2) $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 1}$

1.10 Man ermittle d(z)!



1.11 Berechnungen im rechtwinkligen Dreieck

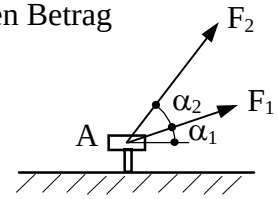


Geg.: c, α Ges.: β, b, a
Geg.: c, a Ges.: α, β, b
Geg.: a, α Ges.: β, b, c
Geg.: a, b Ges.: α, β, c

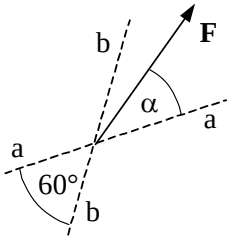
1.12 Zwei Kräfte F_1 und F_2 greifen im Punkt A an. Bestimmen Sie den Betrag und die Richtung der Resultierenden (grafisch und analytisch)

Geg.: $F_1 = 400\text{N}$, $\alpha_1 = 20°$

$F_2 = 600\text{N}$, $\alpha_2 = 25°$



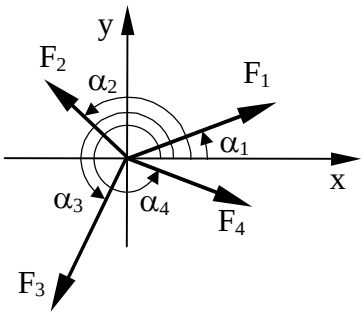
1.13 Die Kraft F hat einen Betrag von 8 kN. Sie ist in zwei Komponenten in Richtung der Geraden a-a und b-b zu zerlegen, wobei die Komponente entlang b-b den Betrag 6 kN haben soll. Bestimmen Sie den Winkel α (grafisch und analytisch)!



2 Das ebene Kraftsystem

2.1 Das zentrale ebene Kraftsystem

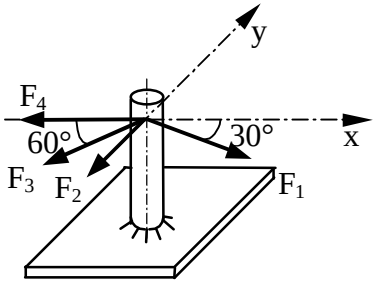
2.1.1



Vier in einer Ebene liegende Kräfte greifen an einem Punkt an. Gesucht sind die Größe der Resultierenden und der Winkel, den diese mit der x-Achse bildet.

Geg.: $F_1 = 550$ N $\alpha_1 = 30°$
$F_2 = 300$ N $\alpha_2 = 135°$
$F_3 = 650$ N $\alpha_3 = 240°$
$F_4 = 400$ N $\alpha_4 = 330°$

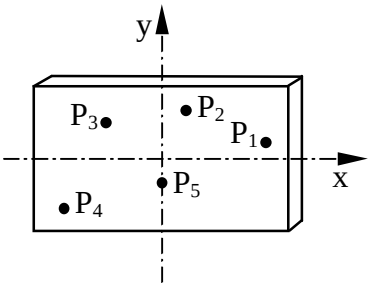
2.1.2



Ein Bolzen wird durch die in der x-y-Ebene liegenden Kräfte F_1 bis F_4 belastet. Gesucht sind Größe und Richtung der Resultierenden.

Geg.: $F_1 = 1000$ N
$F_2 = 500$ N
$F_3 = 1500$ N
$F_4 = 800$ N

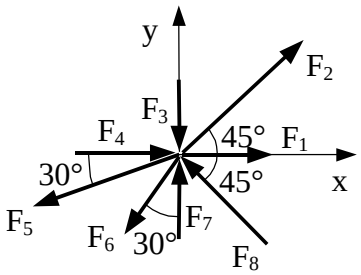
2.1.3



An den Punkten P_1 bis P_4 einer Scheibe (x-y-Ebene) greifen vier in dieser Ebene liegende Kräfte F_1 bis F_4 an. Ihre Wirkungslinien schneiden sich im Punkt P_5 der Scheibe. Alle Kräfte weisen von P_5 weg. Gesucht sind Größe und Richtung der Resultierenden.

Geg.: $F_1 = 70$ N, $P_1(4; 2)$
$F_2 = 40$ N, $P_2(1; 4)$
$F_3 = 20$ N, $P_3(-3; 3)$
$F_4 = 100$ N, $P_4(-5;-3)$, $P_5(0;-2)$

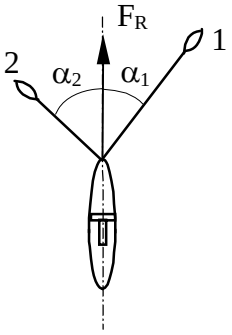
2.1.4



An einem Punkt greifen in einer Ebene acht Kräfte gemäß Skizze an. Gesucht ist die Kraft F_H, welche diesem System das Gleichgewicht hält.

Geg.: $F_1 = 2000$ N $F_5 = 6000$ N
$F_2 = 4000$ N $F_6 = 4500$ N
$F_3 = 3000$ N $F_7 = 3500$ N
$F_4 = 3500$ N $F_8 = 6000$ N

2.1.5



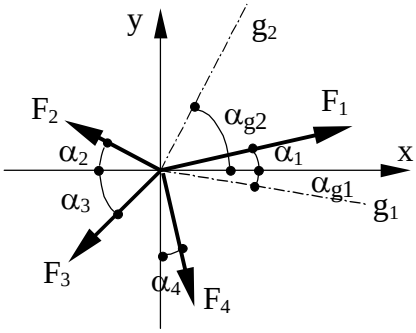
Ein Schiff soll von zwei Schleppern 1 und 2 so gezogen werden, daß die resultierende Zugkraft F_R stets in die Schiffslängsachse fällt.

a.) Geg.: $F_1 = 5000$ N $F_2 = 7000$ N $\alpha_2 = 30°$
Ges.: α_1, F_R

b.) Geg.: $F_2 = 4000$ N $F_R = 5000$ N $\alpha_1 = 30°$
Ges.: α_2, F_1

c.) Geg.: $F_R = 5000$ N $\alpha_1 = 30°$
Ges.: F_1 so, daß F_2 ein Minimum wird; zugehöriger Winkel α_2

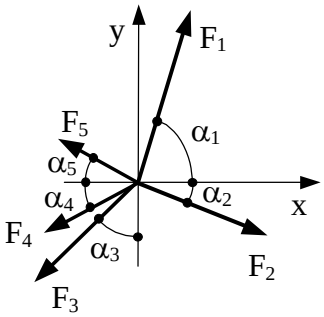
2.1.6



Gegeben sind vier in einer Ebene liegende und an einem Punkt angreifende Kräfte sowie die Wirkungslinien g_1 und g_2. Gesucht sind die Kräfte F_{g1} und F_{g2}, die mit den vier gegebenen Kräften im Gleichgewicht stehen.

Geg.: $F_1 = 5000$ N $\alpha_1 = 25°$ $\alpha_{g1} = 15°$
$F_2 = 2000$ N $\alpha_2 = 40°$ $\alpha_{g2} = 60°$
$F_3 = 3300$ N $\alpha_3 = 45°$
$F_4 = 4600$ N $\alpha_4 = 20°$

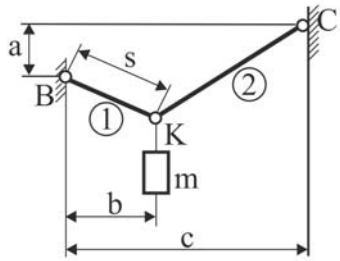
2.1.7



Es ist zu überprüfen, ob sich das gezeichnete Kraftsystem im Gleichgewicht befindet.

Geg.: $F_1 = 129$ N $\alpha_1 = 70°$
$F_2 = 98$ N $\alpha_2 = 30°$
$F_3 = 75{,}4$ N $\alpha_3 = 45°$
$F_4 = 57$ N $\alpha_4 = 30°$
$F_5 = 28$ N $\alpha_5 = 20°$

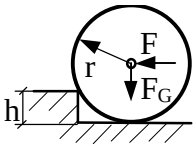
2.1.8



Eine Masse m ist an zwei Seilen aufgehängt. Ermitteln Sie die Seilkräfte!

Geg.: $m = 30$ kg $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$ $a = 2$ m
$b = 4$ m $c = 10$ m $s = 4{,}5$ m

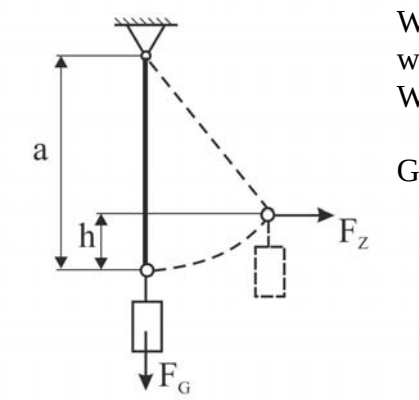
2.1.9



Ein Fahrzeug soll über eine Schwelle fahren. In welcher Weise ist die hierzu erforderliche Kraft F von der Radlast F_G, dem Radius r des Rades und der Schwellenhöhe h abhängig?

Geg.: F_G, r, h

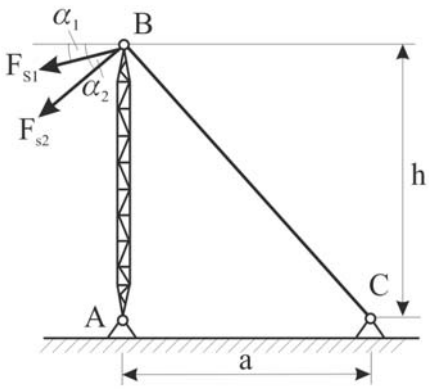
2.1.10



Wie hoch kann die an einem Seil hängende Last F_G durch die waagerechte Zugkraft F_Z gehoben werden?
Welche Kraft nimmt das Seil in der höchsten Stellung auf?

Geg.: $F_G = 18000$ N
$F_Z = 10000$ N
$a = 6$ m

2.1.11

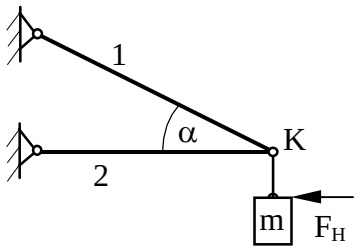


Zwei Seilkräfte mit bekannter Wirkungslinie greifen im Punkt B an. Ein drittes Seil BC dient als Halteseil für den Mast AB.

Geg.: $F_{S1} = 4$ kN $h = 6$ m
$F_{S2} = 8$ kN $a = 8$ m
$\alpha_1 = 5°$ $\alpha_2 = 25°$

Ges.: Die Kräfte im Halteseil BC und im Mast AB.

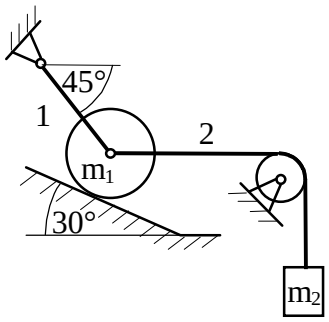
2.1.12



An einer Hebevorrichtung hängt die Masse m. Man bestimme die Stabkräfte F_{S1} und F_{S2} für die beiden Fälle:
a.) ohne Einwirkung von F_H
b.) mit Einwirkung von F_H

Geg.: m, g, α, F_H

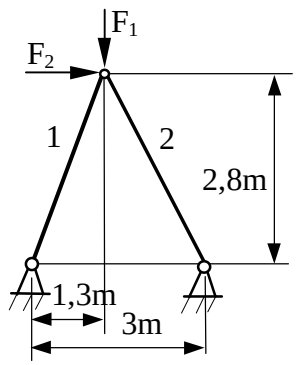
2.1.13



Eine Rolle der Masse m_1 liegt auf einer geneigten Ebene und wird durch das Seil 1 gehalten. Von dieser Rolle aus verläuft waagerecht über eine feste Rolle ein zweites Seil, an dessen Ende die Masse m_2 befestigt ist.
Wie groß ist die Seilkraft F_{S1}?

Geg.: $m_1 = 50$ kg $m_2 = 20$ kg $g = 9{,}81\frac{m}{s^2}$

2.1.14

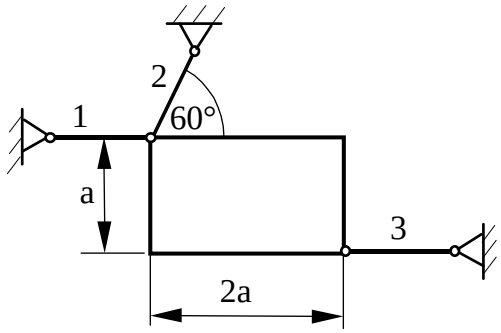


Das skizzierte Stabsystem wird im Verbindungsgelenk durch die Kräfte F_1 und F_2 belastet.
Wie groß sind die Stabkräfte?

Geg.: $F_1 = 5000$ N $F_2 = 15000$ N

2.2 Das allgemeine ebene Kraftsystem

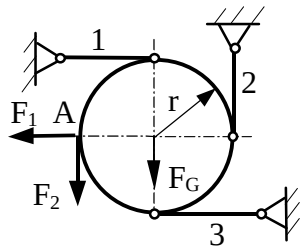
2.2.1



Eine homogene rechteckige Scheibe konstanter Dicke mit dem Eigengewicht F_G ist an drei Stäben gelenkig befestigt.
Bestimmen Sie die Stabkräfte!

Geg.: $F_G = 1000$ N, a

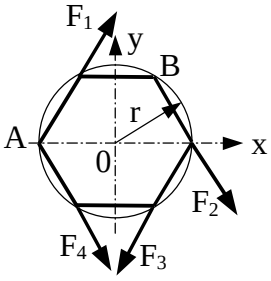
2.2.2



Es sind die Stabkräfte für den Fall zu ermitteln, daß eine Kreisscheibe vom Gewicht F_G an drei Stäben aufgehängt ist und im Punkt A durch die Kräfte F_1 und F_2 belastet wird.

Geg.: $F_G = 1000$ N $F_1 = 3000$ N $F_2 = 1500$ N, r

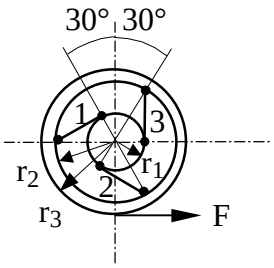
2.2.3



An einem regelmäßigen Sechseck greifen in der dargestellten Weise vier Kräfte an. Zu bestimmen sind Größe und Richtung der Resultierenden sowie das jeweilige Moment der vier Kräfte in Bezug auf die Punkte A, B und 0.

Geg.: $F_1 = F_3 = 2F$, $F_2 = F_4 = F$; r

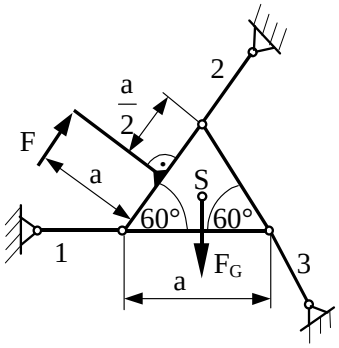
2.2.4



An einem Speichenrad wirkt die Kraft F. Wie groß sind die Kräfte in den Speichen, wenn diese an Kranz und Nabe gelenkig befestigt sind?

Geg.: $F = 40$ kN $r_1 = 25$ cm $r_2 = 50$ cm $r_3 = 60$ cm

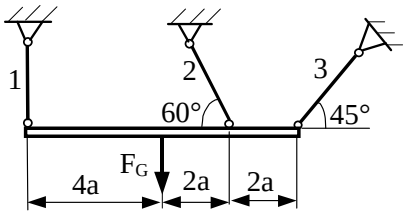
2.2.5



Eine Scheibe in Form eines gleichseitigen Dreiecks hat das Gewicht F_G und wird durch die Stäbe 1 bis 3 gehalten. Mit der Scheibe fest verbunden ist ein Stab, an dessen Ende die Kraft F angreift.
Man bestimme die Stabkräfte!

Geg.: F, $F_G = \frac{F}{2}$, a

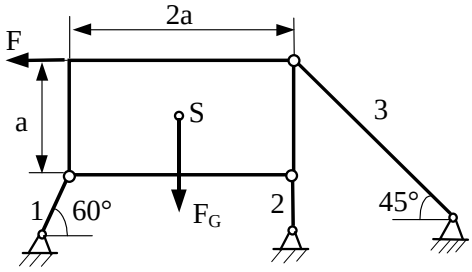
2.2.6



Der abgebildete Träger wird durch sein Eigengewicht belastet.
Wie groß sind die Stabkräfte?

Geg.: $F_G = 4000$ N, $a = 1$ m

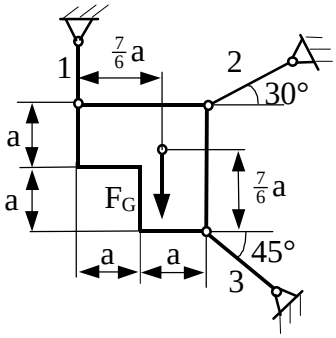
2.2.7



Eine Rechteckscheibe vom Gewicht F_G wird durch drei Pendelstützen gelagert. An der Scheibe greift außerdem noch die Kraft F an.
Man ermittle die Stabkräfte!

Geg.: $F = 1000$ N, $F_G = 1000$ N, $a = 50$ cm

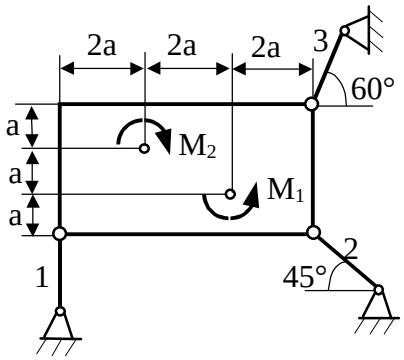
2.2.8



Eine Scheibe vom Gewicht F_G wird durch drei Pendelstützen gelagert.
Man ermittle die Stabkräfte!

Geg.: F_G, a

2.2.9



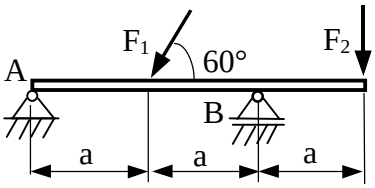
Ein rechteckiges Bauteil der Masse m ist durch drei Pendelstützen gelagert. Durch gleichzeitiges Anziehen von zwei Muttern wirken die Momente M_1 und M_2. Es sind die Stabkräfte zu bestimmen!

Geg.: m = 10 kg, M_1 = 120 Nm, M_2 = 60 Nm
g = 9,81 m/s^2 a = 100 mm

3 Ebene Tragwerke

3.1 Lagerreaktionen ebener Tragwerke

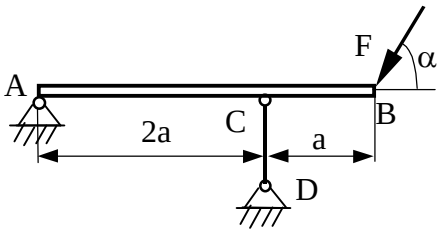
3.1.1



Ein Träger sei in A durch ein Festlager und in B durch ein Loslager gestützt. Die Belastung besteht aus den Kräften F_1 und F_2. Gesucht sind die Auflagerreaktionen.

Geg.: F_1 = 2000 N, F_2 = 1000 N; a = 1 m

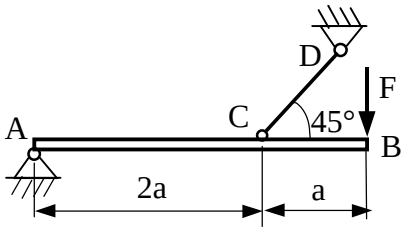
3.1.2



Ein Träger wird durch ein Festlager A und eine vertikale Pendelstützte CD in waagerechter Lage gehalten. Die Belastung besteht aus der in B angreifenden Kraft F. Es sind die Auflagerreaktionen zu ermitteln.

Geg.: F = 30 kN, α = 60°, a = 1 m

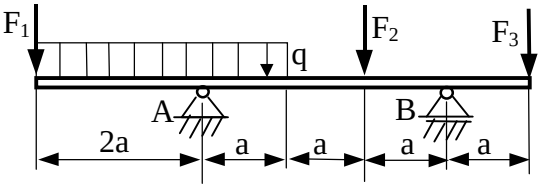
3.1.3



Ein bei A gelagerter Träger wird durch das Seil CD in waagerechter Lage gehalten. Bestimmen Sie die Auflagerreaktionen in A und C, wenn am freien Trägerende die senkrechte Kraft F angreift.

Geg.: F = 50 kN, a = 1 m

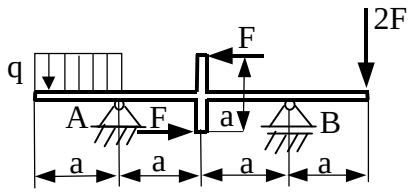
3.1.4



Ein Träger wird durch drei Einzelkräfte und eine konstante Streckenlast belastet. Es sind die Auflagerreaktionen zu ermitteln, wobei zur Vereinfachung der Endergebnisse die Relation qa=F verwendet werden soll.

Geg.: $F_1 = F_2 = F_3 = F$, q, a

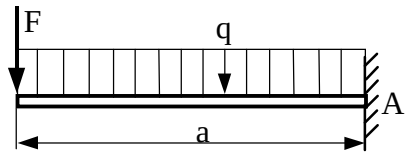
3.1.5



Auf einen Träger wirken drei Einzelkräfte und eine konstante Streckenlast ein. Es sind die Auflagerreaktionen zu bestimmen.

Geg.: F = 10 kN, q = 20 kN/m, a = 0,8 m

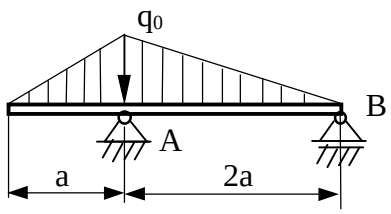
3.1.6



Ein bei A eingespannter Träger steht unter der Einwirkung einer konstanten Streckenlast sowie einer Einzelkraft an seinem freien Ende. Man bestimme die Auflagerreaktionen an der Einspannstelle!

Geg.: F = 2000 N, q = 2000 N/m, a = 1,5 m

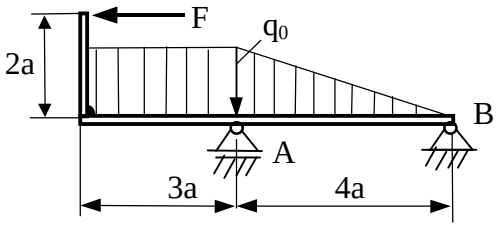
3.1.7



Ein Träger hat gemäß Skizze eine linear veränderliche Streckenlast aufzunehmen.
Es sind die Auflagerreaktionen zu bestimmen!

Geg.: q_0, a

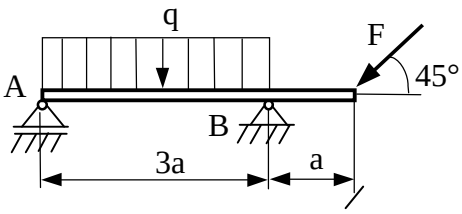
3.1.8



Ermitteln Sie die Auflagerreakionen für den dargestellten abgewinkelten Träger!

Geg.: F = 200 N, q_0 = 100 N/m a = 1 m

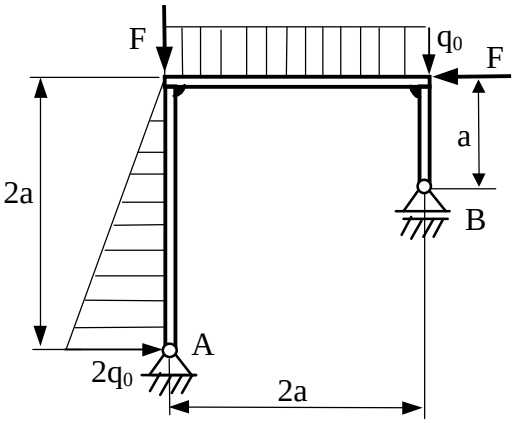
3.1.9



Für den skizzierten geraden Träger sind die Auflagerreaktionen zu ermitteln!

Geg.: F = 5000 N, q = 30000 N/m, a = 10 cm

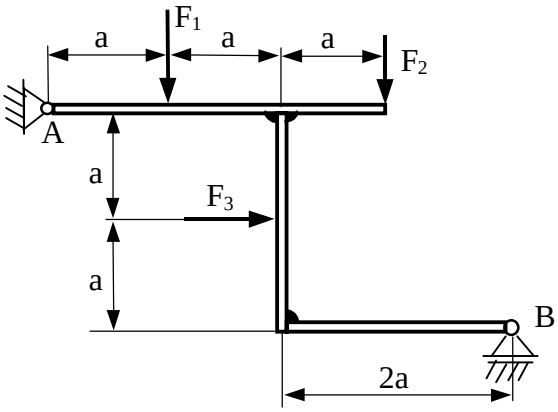
3.1.10



Ermitteln Sie die Auflagerreaktionen für den gezeichneten unsymmetrischen offenen Rahmen! Zur Vereinfachung der Endergebnisse setze man q_0a = F.

Geg.: F, q_0, a

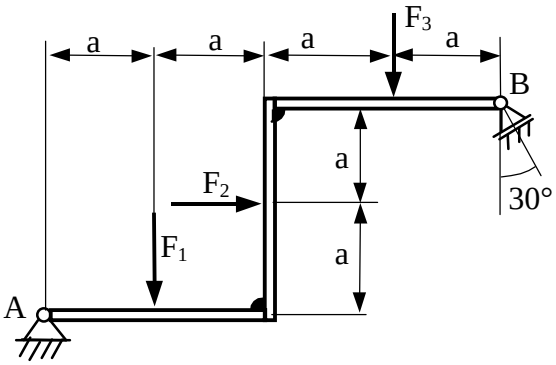
3.1.11



Ein verzweigter und abgewinkelter Träger wird durch die Kräfte F_1 bis F_3 belastet.
Es sind die Auflagerreaktionen zu bestimmen!

Geg.: $F_1 = F_2 = 2000\text{N}$, $F_3 = 4000\text{ N}$, $a = 1\text{ m}$

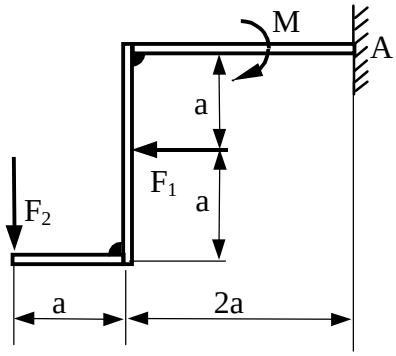
3.1.12



Ein zweifach abgewinkelter Träger wird durch drei Einzelkräfte belastet.
Man ermittle die Auflagerreaktionen!

Geg.: $F_1 = 2F$, $F_2 = 3F$, $F_3 = 4F$, a

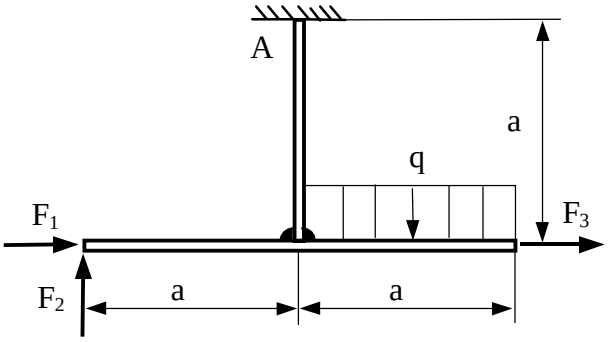
3.1.13



Ein eingespannter abgewinkelter Träger wird durch die Kräfte F_1 und F_2 sowie ein Moment M belastet. Berechnen Sie die Auflagerreaktionen!

Geg.: F_1, F_2, M, a

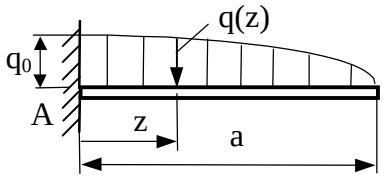
3.1.14



Ein verzweigter Träger ist bei A fest eingespannt. Berechnen Sie die Auflagerreaktionen!

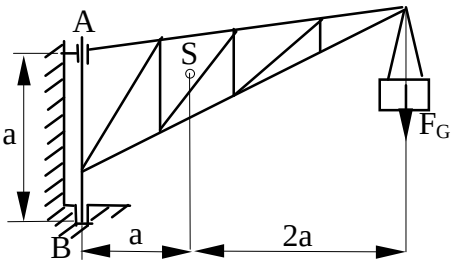
Geg.: F_1, $F_2 = F_3 = 2F_1$, a, $q = \frac{4F_1}{a}$

3.1.15



Auf einen einseitig eingespannten Träger wirkt eine veränderliche Streckenlast in Form einer quadratischen Parabel ein. Der Scheitelwert ist q_0 und befindet sich an der Einspannstelle. Man ermittle die Belastungsfunktion q(z) sowie die Auflagerreaktionen.
Geg.: q_0, a

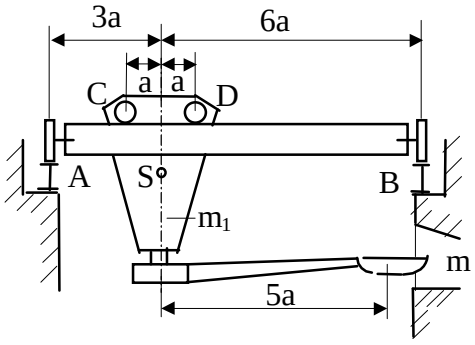
3.1.16



Der schwenkbare Ausleger eines Hebezeuges ist in der gezeichneten Weise durch die Lager A und B gestützt. Wie groß sind die Auflagerreaktionen infolge der Nutzlast F_G und des im Schwerpunkt S wirkenden Eigengewichtes F_{GE}?

Geg.: F_G, F_{GE}, a

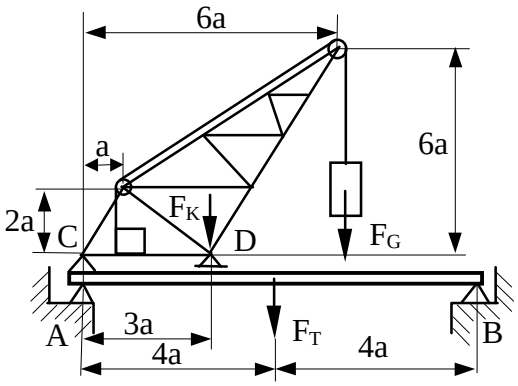
3.1.17



Der skizzierte Chargierkran hat die Eigenmasse m_1. Sein Schwerpunkt ist durch S markiert. Die Masse des Beschickungsgutes beträgt $m = \frac{m_1}{6}$. Man bestimme die Achslasten der Laufräder A und B.

Geg.: m_1, g, a

3.1.18

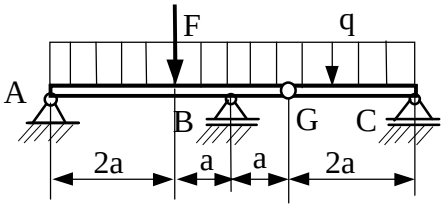


Auf einen Träger ist ein Kran montiert. Die Durchmesser der Seilrollen sind sehr klein im Vergleich zum Maß a. Die Belastung besteht aus der Nutzlast sowie dem Eigengewicht von Kran und Träger.
Zu ermitteln sind die Auflagerreaktionen bei A, B, C, und D sowie die Achslast der unteren Seilrolle.

Geg.: F_G, F_K, F_T, a

3.2 Scheibenverbindungen

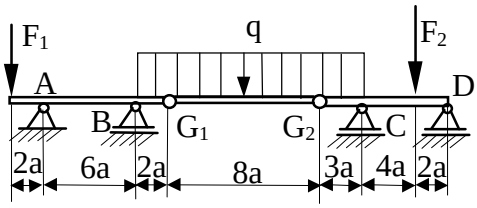
3.2.1



Ein Gerberträger wird durch eine konstante Streckenlast und eine Einzelkraft belastet. Die Auflager- und Gelenkreaktionen sind zu bestimmen.

Geg.: $F = 2000\text{N}$, $q = 1000\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$, $a = 1\text{ m}$

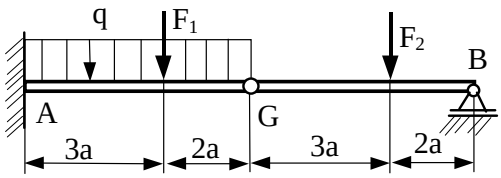
3.2.2



Ein Gerberträger mit zwei Gelenken wird durch zwei Einzelkräfte und eine konstante Streckenlast belastet. Es sind die Reaktionskräfte in den Auflagern und Gelenken zu ermitteln.

Geg.: $F_1 = 150\text{ kN}$, $F_2 = 600\text{ kN}$, $q = 50\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $a = 1\text{ m}$

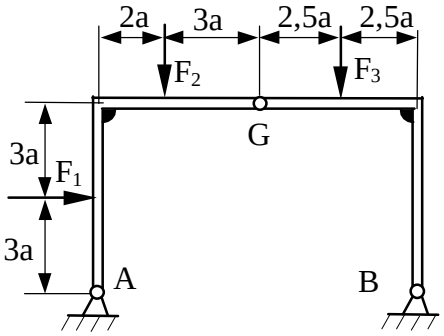
3.2.3



Ein Gelenkträger wird durch die Einzelkräfte F_1 und F_2 sowie die Streckenlast der konstanten Intensität q belastet. Bestimmen Sie die Auflager-reaktionen und die Gelenkkraft!

Geg.: $F_1 = 800\text{ N}$, $F_2 = 1600\text{ N}$, $q = 200\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$, $a = 1\text{ m}$

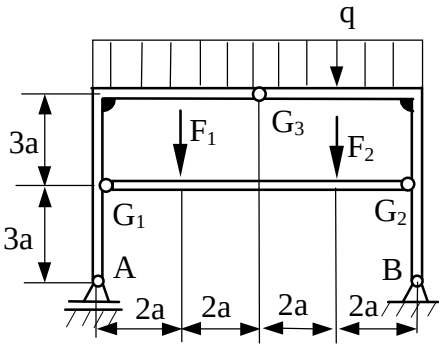
3.2.4



Auf einen rahmenförmigen Dreigelenkbogen wirken drei Einzelkräfte ein. Es sind die Auflager- und Gelenkreaktionen zu bestimmen.

Geg.: $F_1 = 12\text{ kN}$, $F_2 = 10\text{ kN}$, $F_3 = 5\text{ kN}$, $a = 1\text{ m}$

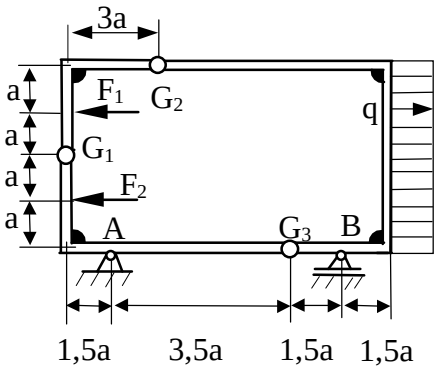
3.2.5



Der im Bild dargestellte Gelenkrahmen mit Verstrebung wird durch zwei Einzelkräfte und eine konstante Streckenlast belastet. Zu ermitteln sind die Reaktionskräfte in den Auflagern und Gelenken.

Geg.: $F_1 = 10\text{ kN}$, $F_2 = 20\text{ kN}$, $q = 4\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $a = 1\text{m}$

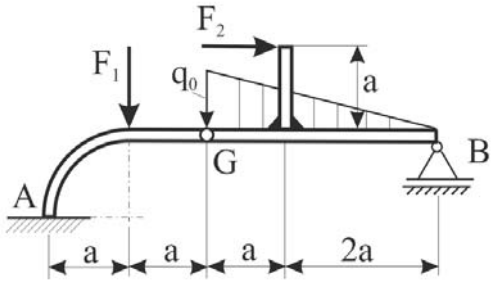
3.2.6



Ein mit drei Gelenken versehener geschlossener Rahmen steht unter der Einwirkung von Einzelkräften sowie einer konstanten Streckenlast. Bestimmen Sie die Auflager- und Gelenkreaktionen!

Geg.: $F_1 = F_2 = 4$ kN, $q = 2\,\frac{\text{kN}}{\text{m}}$, $a = 1$ m

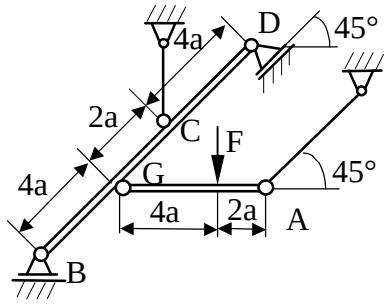
3.2.7



Für den skizzierten Gelenkträger sind die Auflager- und Gelenkreaktionen zu bestimmen.

Geg.: $F_1 = 2F$, $F_2 = 3F$, a, $q_0 = \frac{2F}{a}$

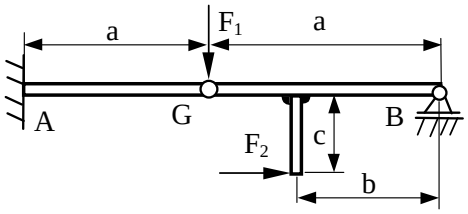
3.2.8



Für das skizzierte System sind die Auflager- und Gelenkreaktionen zu bestimmen.

Geg.: F, a

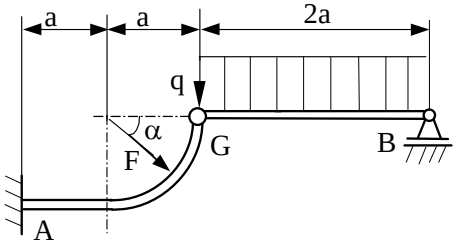
3.2.9



Ein Gelenkträger besteht aus einem geraden und einem verzweigten Teil. Von den zwei einwirkenden Kräften greift eine unmittelbar im Gelenk an. Man ermittle die Auflager- und Gelenkreaktionen.

Geg.: F_1, F_2, a, b, c

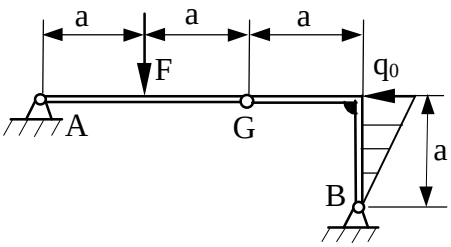
3.2.10



Ein Gelenkträger wird gemäß Skizze durch eine Einzelkraft und eine konstante Streckenlast belastet. Gesucht sind die Auflager- und Gelenkreaktionen. Zur Vereinfachung der Ergebnisse setze man $F = \sqrt{2}qa$.

Geg.: F, q, a, $\alpha = 45°$

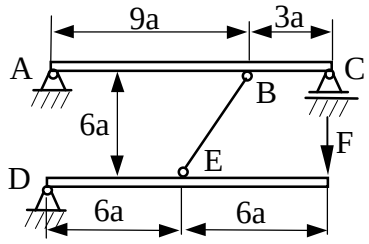
3.2.11



Ein Dreigelenkbogen besteht aus einem geraden und einem abgewinkelten Trägerteil. Er wird durch eine Einzelkraft F und eine Streckenlast mit linear veränderlicher Intensität belastet. Man ermittle die Auflager- und Gelenkreaktionen.

Geg.: F, a, $q_0 = \frac{F}{a}$

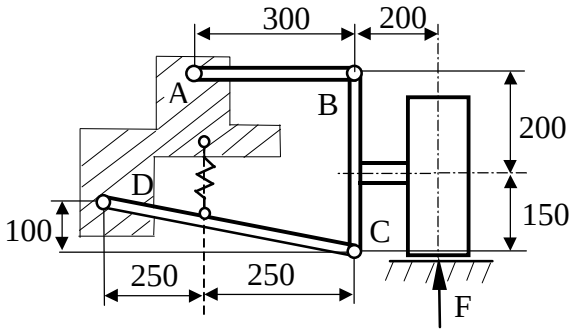
3.2.12



Ein Tragwerk besteht aus zwei geraden Trägern, die durch einen Stab BE miteinander verbunden sind. Man ermittle die Auflagerreaktionen sowie die Kraft im Verbindungsstab.

Geg.: F = 3 kN, a = 10 cm

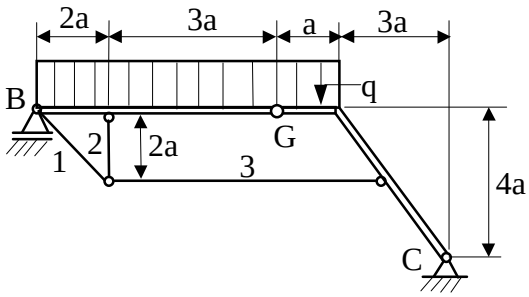
3.2.13



Die gezeichnete Radaufhängung eines Kraftfahrzeuges hat die Achslast F aufzunehmen. Man schneide die Einzelteile frei und bestimme die Auflager- bzw. Gelenkreaktionen.

Geg.: F = 3 kN

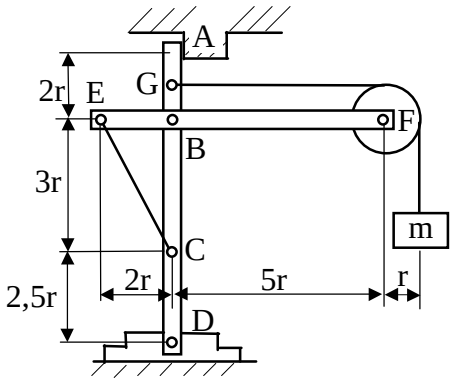
3.2.14



Für das skizzierte Tragwerk sind die Auflager- und Gelenkreaktionen sowie die Stabkräfte zu ermitteln.

Geg.: q, a

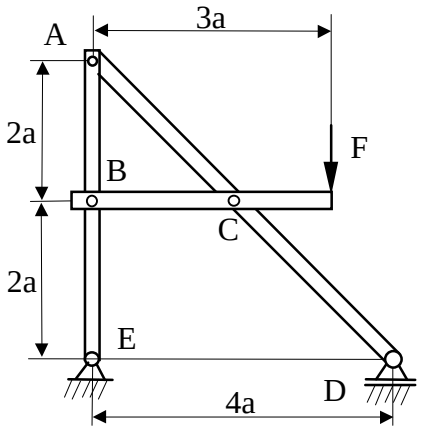
3.2.15



Ein Tragwerk besteht aus zwei Balken, die in B gelenkig miteinander verbunden sind und durch ein Seil CE gehalten werden. Über eine in F gelagerte Rolle wird von G ein Seil geführt, an dessen Ende die Masse m angebracht ist. Ermitteln Sie die Lagerreaktionen in A und D sowie die Seilkraft im Seil CE und die Gelenkkraft in B!

Geg.: m, r

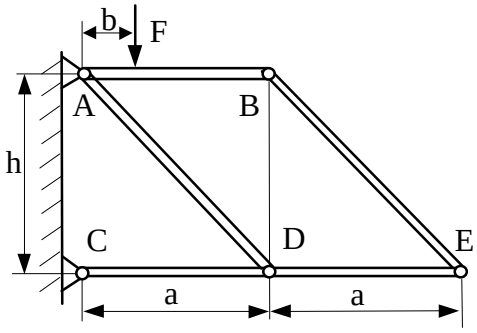
3.2.16



Für das skizzierte Balkentragwerk sind die Komponenten der Lager- und Gelenkreaktionen zu bestimmen.

Geg.: F = 6 kN, a = 1 m

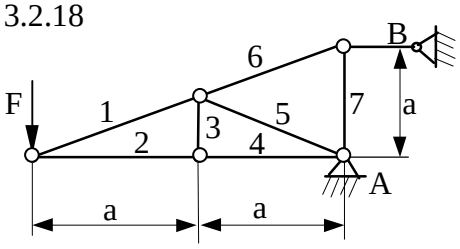
3.2.17



Ermitteln Sie für das mehrteilige Tragwerk die Lager- und Verbindungsreaktionen!

Geg.: F = 2 kN, a = 80 cm, b = 30 cm, h = 60 cm

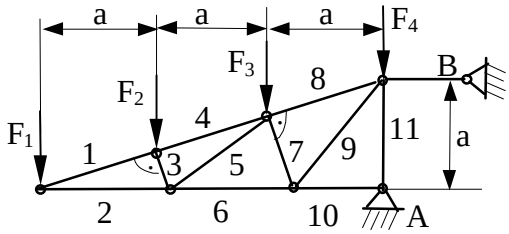
3.2.18



Für den skizzierten Ausleger sind die Stabkräfte und die Auflagerreaktionen zu bestimmen.

Geg.: F, a

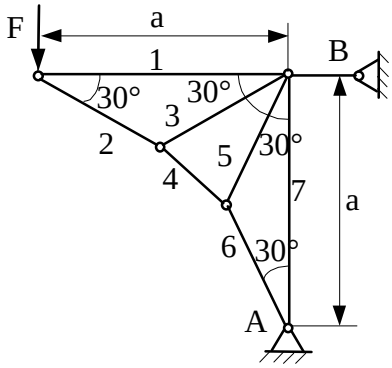
3.2.19



Ein Ausleger wird durch die Kräfte F_1 bis F_4 belastet. Man bestimme die Stabkräfte und die Auflager-reaktionen.

Geg.: $F_1 = F_4 = F$, $F_2 = F_3 = 2F$, a

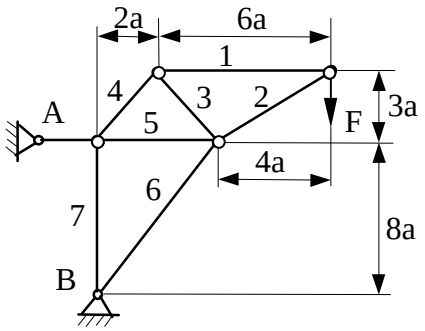
3.2.20



Für das gezeichnete Fachwerk sind die Stabkräfte und die Auflagerreaktionen zu ermitteln.

Geg.: F = 20 kN, a = 2 m

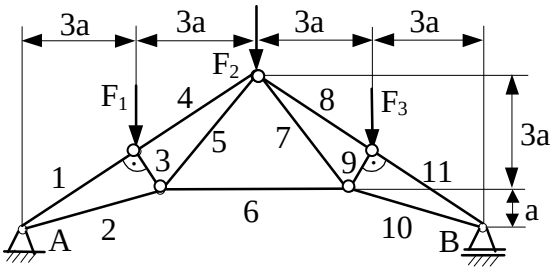
3.2.21



Für das gezeichnete Fachwerk sind die Stabkräfte und die Auflagerreaktionen zu bestimmen. Man kontrolliere die Stabkräfte F_{S4}, F_{S5} und F_{S6} mit dem Ritterschen Schnittverfahren.

Geg.: F = 20 kN, a = 50 cm

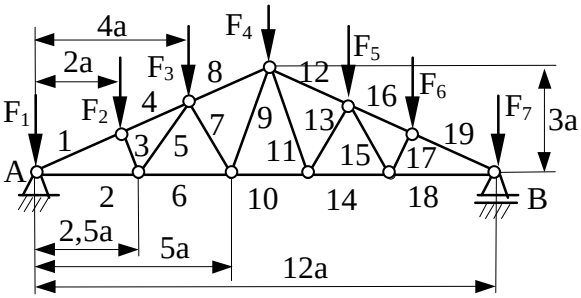
3.2.22



Für den dargestellten symmetrischen Dachbinder sind die Auflagerreaktionen und die Stabkräfte zu bestimmen.

Geg.: $F_1 = F_2 = F_3 = 20$ kN, a = 1 m

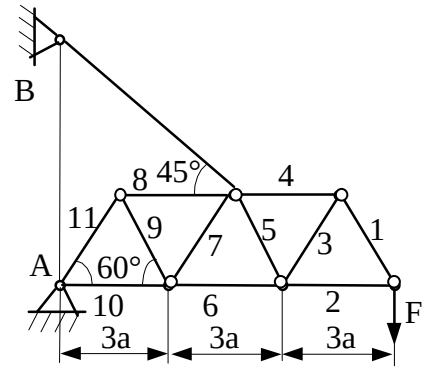
3.2.23



Ein symmetrischer Dachbinder wird durch vertikale Einzelkräfte in den Obergurtknoten belastet. Man ermittle die Auflagerreaktionen und die Stabkräfte.

Geg.: $F_1 = F_7 = 4{,}5$ kN, $F_2 = ... = F_6 = 9$ kN,
a = 1 m

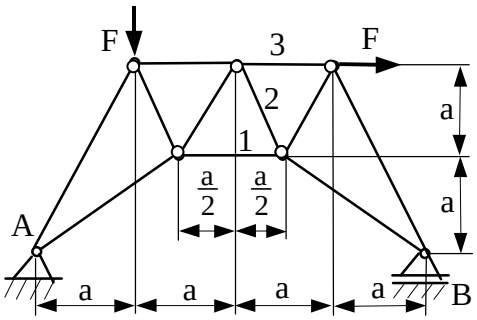
3.2.24



Ein Ausleger wird durch ein Festlager und ein Seil gehalten und durch eine Kraft F belastet. Man ermittle die Auflagerreaktionen und die Stabkräfte.

Geg.: F = 30 kN, a = 1 m

3.2.25

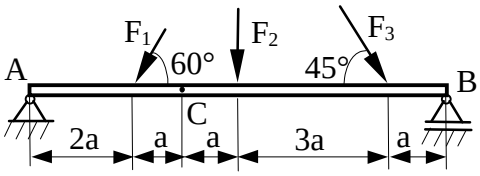


Überprüfen Sie die statische Bestimmtheit des Fachwerkes und berechnen Sie die Stabkräfte F_{S1}, F_{S2}und F_{S3}.

Geg.: F, a

3.3 Schnittgrößen in Trägern und Systemen von Trägern

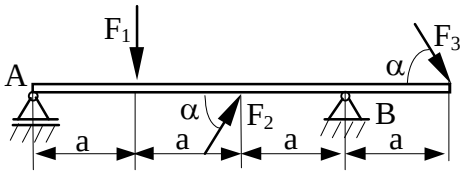
3.3.1



Ein Träger wird durch die Einzelkräfte F_1, F_2 und F_3 belastet. Bestimmen Sie die Auflagerreaktionen und die bei C vorhandenen Schnittgrößen.

Geg.: $F_1 = 10$ kN, $F_2 = 20$ kN, $F_3 = 60$ kN; $a = 1$ m

3.3.2

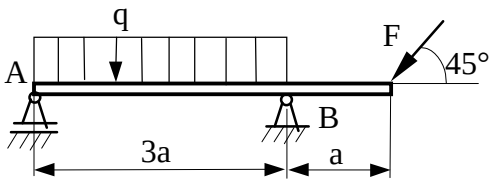


Der gezeichnete Träger wird durch drei Einzelkräfte belastet. Man ermittle

1. die Auflagerreaktionen,
2. die Verläufe der Schnittgrößen und deren grafische Darstellung,
3. das maximale Biegemoment.

Geg.: $F_1 = 2$ kN, $F_2 = F_3 = 1$ kN, $\alpha = 60°$, $a = 1$ m

3.3.3

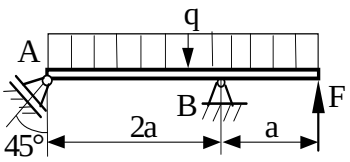


Der gezeichnete Träger wird durch eine konstante Streckenlast und eine Einzelkraft belastet. Man ermittle

1. die Auflagerreaktionen,
2. die Verläufe der Schnittgrößen und deren grafische Darstellung
3. das maximale Biegemoment.

Geg.: $F = 5000$N, $q = 3 \cdot 10^4 \frac{N}{m}$, $a = 10$ cm

3.3.4

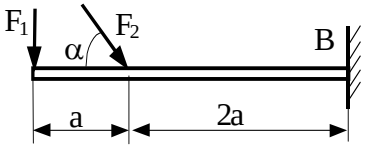


Der gezeichnete Träger wird durch eine konstante Streckenlast und eine Einzelkraft belastet. Man ermittle

1. die Auflagerreaktionen,
2. die Verläufe der Schnittgrößen und deren grafische Darstellung,
3. das maximale Biegemoment.

Geg.: q, $F = 2$ qa; a

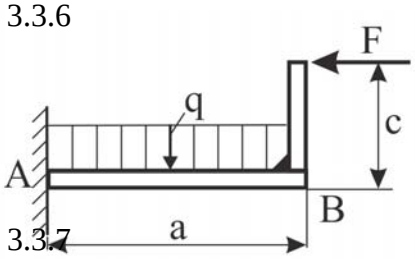
3.3.5



Für den eingespannten geraden Balken mit Einzelkraftbelastung sind die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Biegemoment zu bestimmen.

Geg.: $F_1 = F$, $F_2 = 2F$; $\alpha = 45°$, a

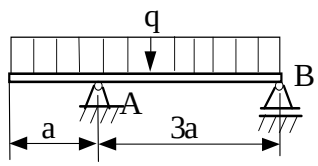
3.3.6



Ein abgewinkelter Kragträger wird gemäß Skizze durch eine konstante Streckenlast sowie eine Einzelkraft belastet. Welchen Wert muß die Länge c haben, damit die Beträge der Biegemomente bei A und B gleich groß sind?

Geg.: q, $F = qa$, a

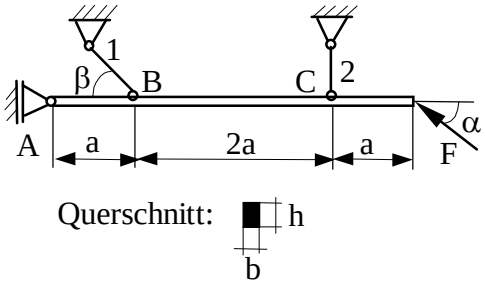
3.3.7



Für den gezeichneten Belastungsfall eines Trägers sind die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Moment zu bestimmen.

Geg.: $q = 10\frac{kN}{m}$, a = 1 m

3.3.8



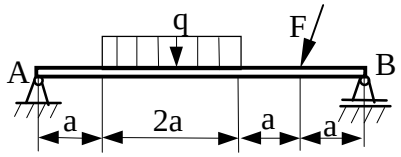
Ein Träger wird durch ein Loslager und zwei Pendelstäbe gestützt. Man ermittle die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Biegemoment für die beiden Lastfälle:

1. ohne Berücksichtigung der Masse des Trägers,
2. mit Berücksichtigung der Masse des Trägers.

Geg.: F = 1 kN, a = 1 m, b = 3 cm, h = 6 cm,

$\alpha = 30°$, $\beta = 45°$, $\rho = 7{,}8\frac{g}{cm^3}$

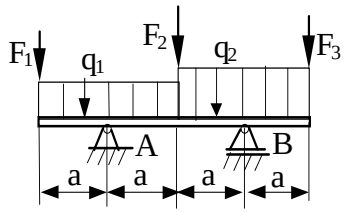
3.3.9



Für den gezeichneten Belastungsfall eines Trägers sind die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Biegemoment zu bestimmen.

Geg.: q, a, $F_H = 5qa$, $F_V = 10qa$

3.3.10

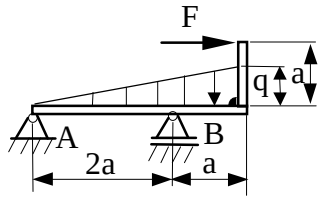


Der gezeichnete Träger wird durch zwei konstante Streckenlasten sowie drei Einzelkräfte belastet. Man ermittle die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Biegemoment.

Geg.: $F_1 = 20$ kN, $F_2 = 25$ kN, $F_3 = 15$ kN, a = 2 m

$q_1 = 10\frac{kN}{m}$, $q_2 = 20\frac{kN}{m}$

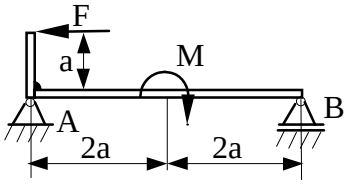
3.3.11



Ein abgewinkelter Träger wird durch eine linear veränderliche Streckenlast und eine Einzelkraft belastet. Man ermittle die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Biegemoment.

Geg.: F = qa, q, a

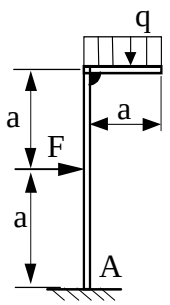
3.3.12



Die Belastung eines abgewinkelten Trägers besteht in einer Kraft- und Momenteneinwirkung. Ermitteln Sie die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Biegemoment.

Geg.: F = 20 kN, M = 40 kNm, a = 1 m

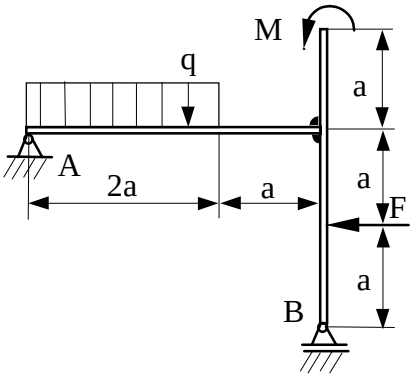
3.3.13



Für den abgewinkelten Kragträger sind die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Biegemoment zu ermitteln.

Geg.: $F = qa$, q, a

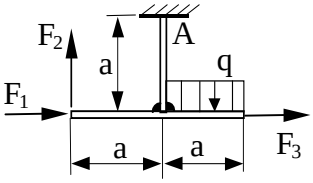
3.3.14



Ein verzweigter Träger wird durch eine konstante Streckenlast, eine Einzelkraft und ein Moment belastet. Es sind die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Biegemoment zu ermitteln. Kontrollieren Sie ferner die Erfüllung des Momentengleichgewichts am Verzweigungspunkt.

Geg.: q, a, $F = 2qa$, $M = qa^2$

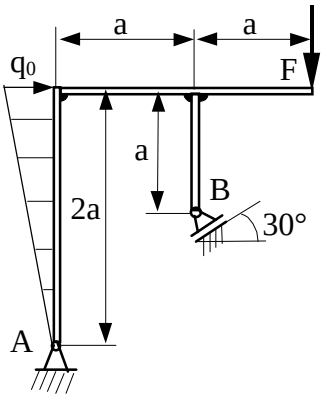
3.3.15



Für den eingespannten verzweigten Träger sind die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Biegemoment zu ermitteln.

Geg.: a, F_1, $F_2 = F_3 = 2F_1$, $qa = 4F_1$

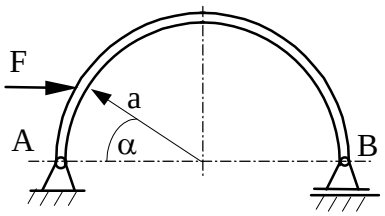
3.3.16



Das abgebildete Tragwerk wird durch eine linear veränderliche Streckenlast und eine Einzelkraft belastet. Es sind die Auflagerreaktionen und die Schnittgrößenverläufe zu ermitteln.

Geg.: $F = 5\ \text{kN}$, $q_0 = 6\,\dfrac{\text{kN}}{\text{m}}$, $a = 1\ \text{m}$

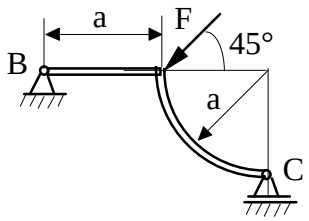
3.3.17



Ein Kreisbogenträger wird durch die Einzelkraft F belastet. Gesucht sind die Schnittgrößenverläufe.

Geg.: F, a, $\alpha = 30°$

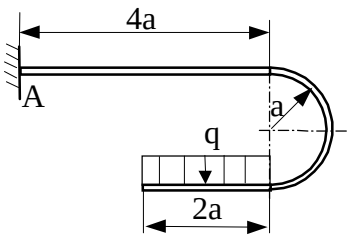
3.3.18



Ein teilweise gekrümmter Träger wird durch eine Einzelkraft belastet. Es sind die Auflagerreaktionen und die Schnittgrößenverläufe zu ermitteln.

Geg.: F = 500 N, a = 20 cm

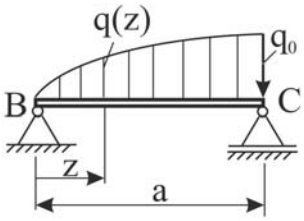
3.3.19



Für den gezeichneten Träger sind die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Biegemoment zu ermitteln.

Geg.: q, a

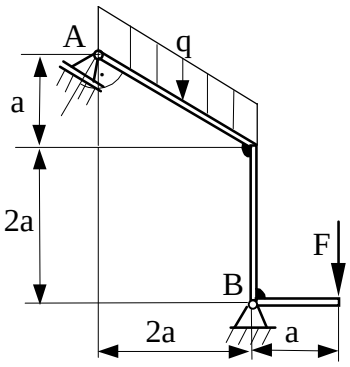
3.3.20



Bestimmen Sie für den Träger mit sinusförmig veränderlicher Streckenlast q(z) die Schnittgrößenverläufe sowie die Auflagerreaktionen! Ermitteln Sie ferner das maximale Biegemoment!

Geg.: q_0, $q(z) = q_0 \sin\frac{\pi z}{2a}$, a

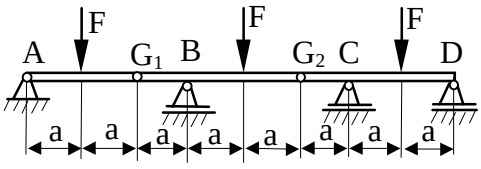
3.3.21



Ein zweifach abgewinkelter Träger wird, wie im Bild dargestellt, belastet. Es sind die Auflagerreaktionen, die Schnittgrößenverläufe und das maximale Biegemoment zu ermitteln.

Geg.: $F = \frac{qa}{2}$, q, a

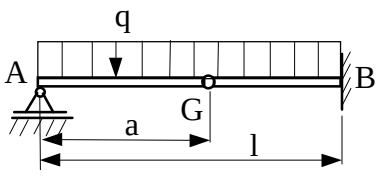
3.3.22



Für den gezeichneten Gerberträger sind die Auflagerreaktionen, die Gelenkkräfte und die Schnittgrößenverläufe zu bestimmen.

Geg.: F, a

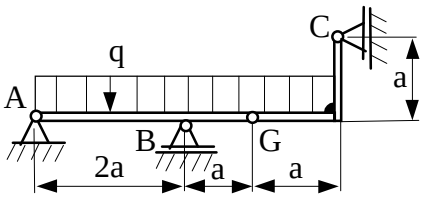
3.3.23



Für den gezeichneten Gelenkträger ist das Maß a so festzulegen, daß die Beträge der in beiden Trägerteilen auftretenden maximalen Momente gleich groß sind.

Geg.: q, l

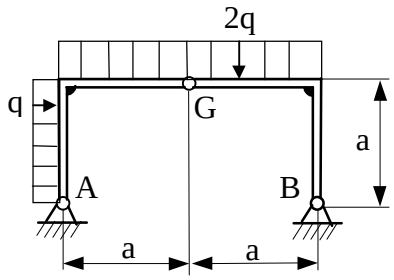
3.3.24



Auf ein zweiteiliges Tragwerk wirkt eine konstante Streckenlast ein. Man ermittle die Auflagerreaktionen, die Gelenkkraft sowie die Schnittgrößenverläufe.

Geg.: q, a

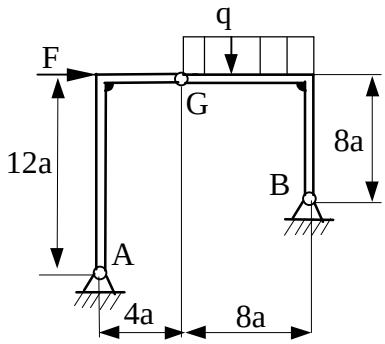
3.3.25



Ein portalförmig ausgeführter Dreigelenkbogen wird durch konstante Streckenlasten belastet. Bestimmen Sie die Auflagerreaktionen, die Gelenkkraft sowie die Schnittgrößenverläufe!

Geg.: q, a

3.3.26



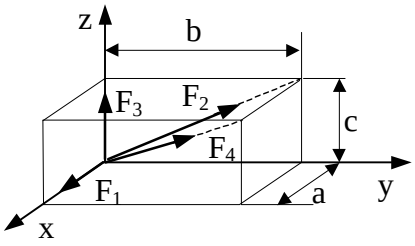
Für den unsymmetrischen Dreigelenkbogen sind die Auflagerreaktionen, die Gelenkkraft sowie die Schnittgrößenverläufe zu ermitteln.

Geg.: F = 2qa, q, a

4 Das räumliche Kraftsystem

4.1 Das zentrale räumliche Kraftsystem

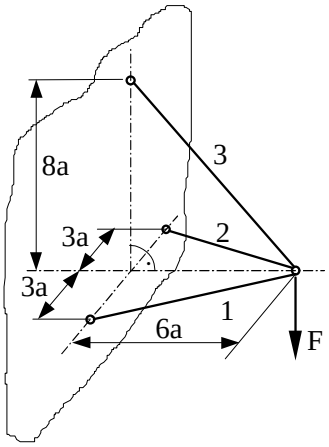
4.1.1



Gegeben ist ein zentrales räumliches Kraftsystem. Gesucht sind Größe und Richtung der Resultierenden.

Geg.: $F_1 = 100$ N, $F_2 = 200$ N, $F_3 = 100$ N, $F_4 = 300$ N;
$a = 20$ cm, $b = 30$ cm, $c = 15$ cm

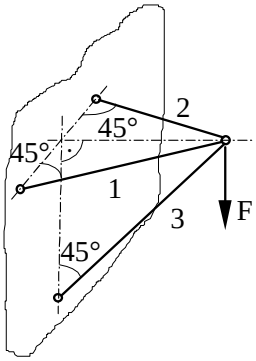
4.1.2



Für den gezeichneten räumlichen Stabverband sind die Stabkräfte zu bestimmen.

Geg.: F, a

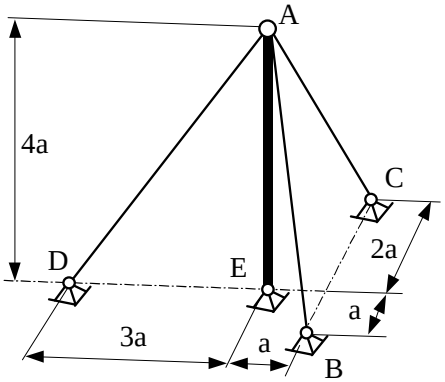
4.1.3



Der gezeichnete räumliche Stabverband wird durch die Kraft F belastet. Wie groß sind die Stabkräfte?

Geg.: F = 1000 N

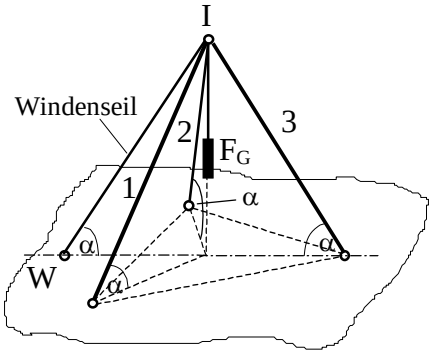
4.1.4



Ein vertikaler Mast AE wird durch drei Seile gehalten. Die Seilkraft im Seil AC sei bekannt. Bestimmen Sie die Kräfte in den Seilen AB und AD.

Geg.: $F_{AC} = 20$ kN, $a = 4$ m

4.1.5

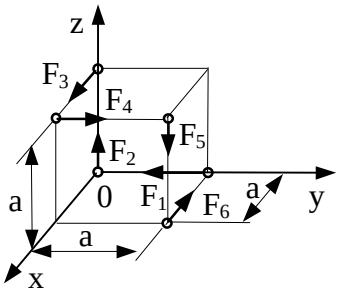


Die Fußpunkte der Stäbe eines Dreibockes bilden ein gleichseitiges Dreieck. Die Stäbe sind unter einem Winkel α aufgestellt. In I befindet sich eine Seilrolle. Über diese läuft schräg ein Seil zur Winde W, mit der die Last F_G gehoben werden soll.
Man bestimme die Stabkräfte.

Geg.: $F_G = 3$ kN, $\alpha = 60°$

4.2 Das allgemeine räumliche Kraftsystem

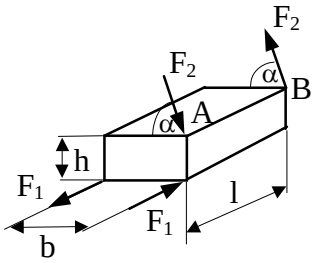
4.2.1



Gegeben sind sechs in Richtung der Kanten eines Würfels wirkende Kräfte. Man bestimme die Resultierende $\vec{F}_R$ und das resultierende Moment $\vec{M}_R$ bezüglich des Punktes 0.

Geg.: $F_1 = F_4 = F$, $F_2 = F_5 = 3F$, $F_3 = F_6 = 2F$, a

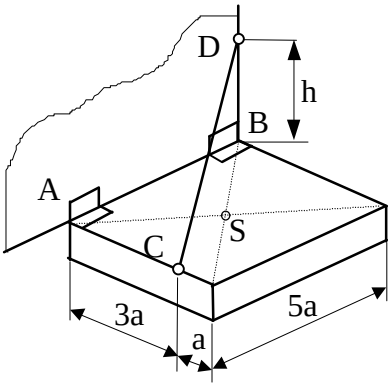
4.2.2



An einem Quader greifen zwei Kräftepaare in gezeichneter Weise an. Man ermittle das resultierende Moment und ersetze es durch ein äquivalentes Kräftepaar mit den Kraftangriffspunkten A und B.

Geg.: b = 120 cm, h = 90 cm, l = 180 cm, $\alpha = 60°$,
$F_1 = 30$ N, $F_2 = 25$ N

4.2.3

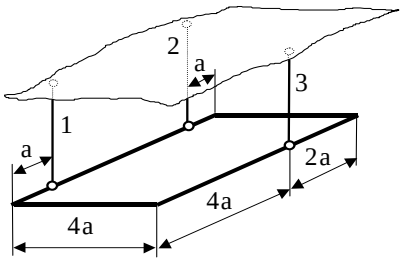


Eine Plattform (Eigengewicht F_G) wird durch zwei Scharniere A und B und ein Seil CD in ihrer horizontalen Lage gehalten. Man ermittle die Auflagerreaktionen in A und B sowie die Seilkraft CD.

Geg.: $F_G = 3$ kN, a = 60 cm, h = 150 cm

Anmerkung: Das Scharnier A ist in Richtung AB verschieblich.

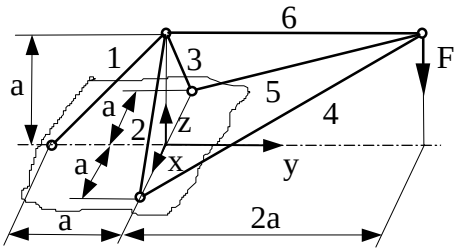
4.2.4



Eine Rechteckplatte wird durch drei Seile gehalten. Ihr Eigengewicht sei vernachlässigbar. An welche Stelle muß die Last Q mit der Gewichtskraft F_Q gelegt werden, damit alle drei Seile gleich beansprucht werden? Wie groß sind die Seilkräfte, wenn die Platte durch eine konstante Flächenlast p belastet wird?

Geg.: F_Q, p, a

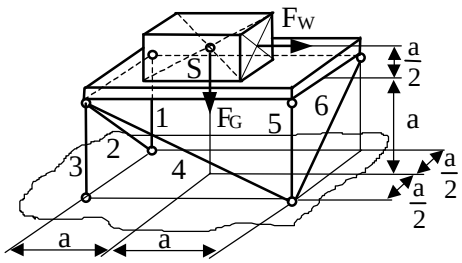
4.2.5



Für das gezeichnete räumliche Fachwerk sind die Stabkräfte zu bestimmen.

Geg.: F, a

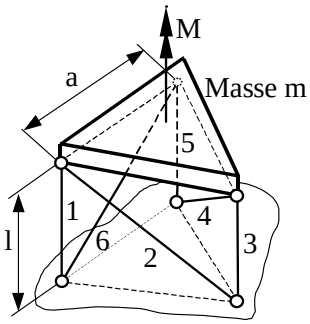
4.2.6



Eine Plattform wird von sechs Stäben gestützt. Auf ihr ist eine technische Einrichtung fest verschraubt. Man ermittle die Stabkräfte des Systems, wenn als Belastung das Eigengewicht F_G der Einrichtung und eine auf diese einwirkende Windlast F_W gegeben sind.

Geg.: F_G, F_W, a

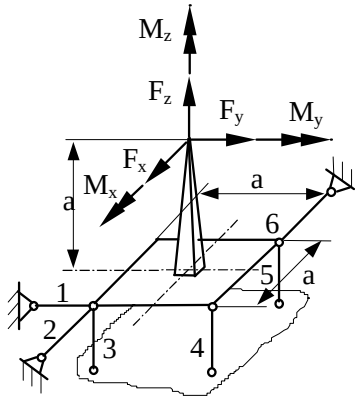
4.2.7



Eine homogene Platte in Form eines gleichseitigen Dreiecks wird in ihren Eckpunkten so gestützt, daß sie waagerecht liegt. Von den Stützstäben muß das Eigengewicht der Platte sowie ein Moment M (Momentenvektor senkrecht zur Platte) aufgenommen werden. Man ermittle die Stabkräfte.

Geg.: m, g, M, a, l

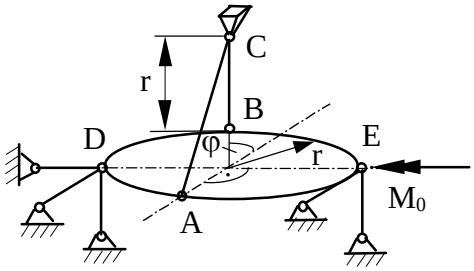
4.2.8



Der Meßgrößenaufnehmer einer Sechskomponentenwaage ist in der gezeichneten Weise auf sechs Stäben abgestützt. Durch zweckmäßig formulierte Gleichgewichtsbedingungen sind aufeinanderfolgend die einzelnen Stabkräfte zu bestimmen.

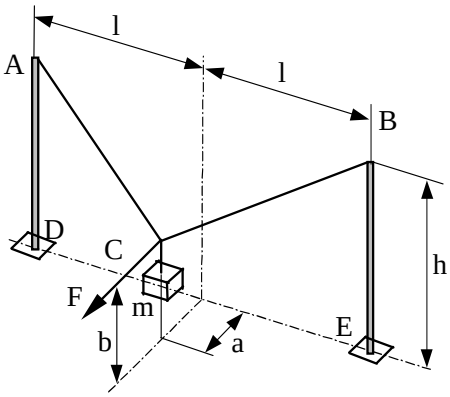
Geg.: F_x, F_y, F_z, M_x, M_y, M_z

4.2.9



Eine Kreisplatte mit dem Radius r ist in D und E drehbar gelagert und durch ein Seil ACB, das über eine reibungsfrei gelagerte Rolle in C geführt ist, gehalten. Die Rolle C ist direkt über B im Abstand r angebracht. Die Platte wird durch das Moment M_0 belastet. Ermitteln Sie die Seilkraft und die Lagerreaktionen in D und E in Abhängigkeit von M_0, r und φ.

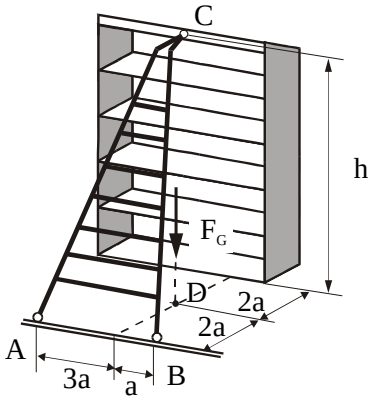
4.2.10



Eine Masse m hängt an zwei Seilen AC und BC, die in A und B an vertikalen Masten befestigt sind. Eine horizontale Kraft F senkrecht zur Ebene ABED hält die Masse in der gezeichneten Lage. Ermitteln Sie den Betrag von F, die Seilkräfte in den Seilen AC und BC und die Lagerreaktionen in D und E.

Geg.: m = 250 kg, a = 3 m, b = 4 m, h = 15 m, l = 18 m

4.2.11

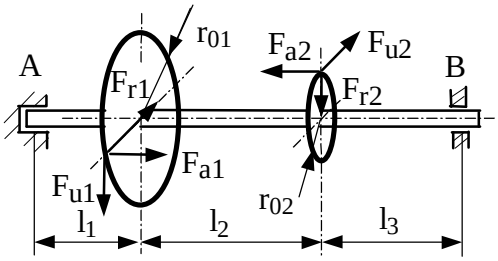


Eine Leiter in einem Magazin wird durch zwei in einer Schiene geführte Rollen A und B gelagert und liegt in C lose gegen die glatte Wand. Ein Mensch steht auf der Leiter nach rechts geneigt, so daß die Wirkungslinie von F_G durch D geht. Man ermittle die Auflagerreaktionen in A, B und C.

Geg.: a = 30 cm, h = 3 m, F_G = 1000 N

4.3 Schnittgrößen im räumlich belasteten Balken

4.3.1



Im Bild ist eine Getriebewelle mit schrägverzahnten Stirnrädern schematisch dargestellt. Ausgehend von der gegebenen Kraft F_{u1} sind die weiteren Zahnkräfte, die Auflagerreaktionen sowie die Schnittreaktionen zu ermitteln.

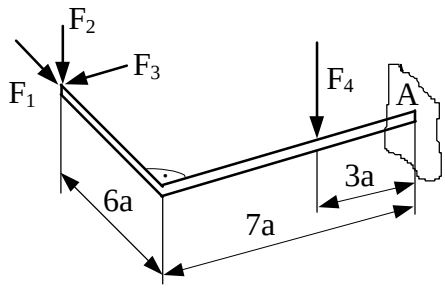
Geg.: l_1=55mm, l_2=70mm, l_3=60mm, r_{01}=120mm, r_{02}=50mm, F_{u1}=4500N,

$F_a=F_u\tan\beta_0$, $F_r = F_u \dfrac{\tan\alpha_0}{\cos\beta_0}$,

α_0=20°(Eingriffswinkel),

β_0=20°(Schrägungswinkel)

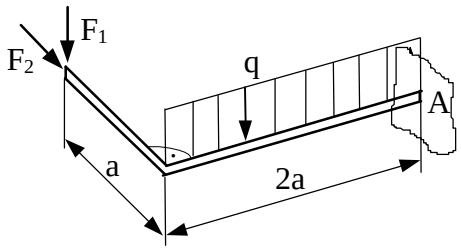
4.3.2



Für den eingespannten Träger sind die Auflager- und Schnittreaktionen zu ermitteln.

Geg.: F_1= F_2 = 100N, F_3= 80N, F_4 = 200N, a = 10cm

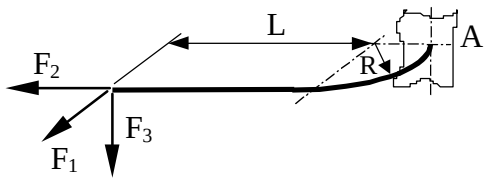
4.3.3



Ein abgewinkelter Träger wird durch Einzelkräfte sowie eine konstante Streckenlast belastet. Man bestimme die Auflager- und Schnittreaktionen.

Geg.: q, a, F_1 = qa, F_2 = 2qa

4.3.4

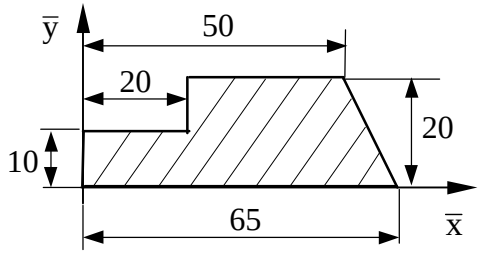


Ein teilweise gekrümmter Träger (Radius R) wird durch die Kräfte F_1, F_2 und F_3 belastet. Ermitteln Sie die Schnittreaktionen!

Geg.: F_1, F_2, F_3, R, L

5 Der Schwerpunkt

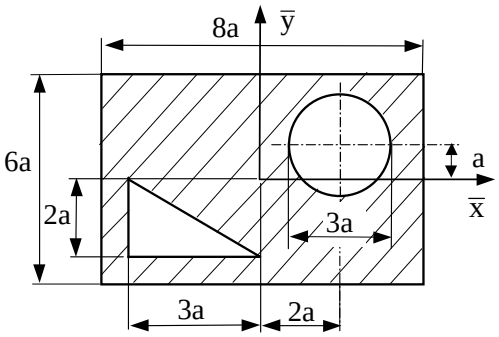
5.1



Bei Schnittwerkzeugen ist der Einspannzapfen im Schwerpunkt der Randlinie des Stanzteiles anzuordnen. Man bestimme für das skizzierte Teil die Koordinaten des Linienschwerpunktes.

Geg.: Maße in mm

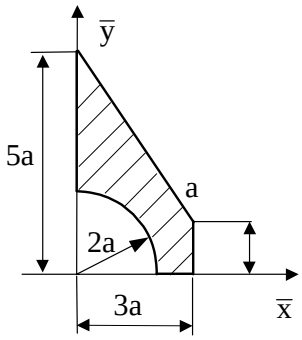
5.2



Für das im Bild dargestellte Stanzteil sind die Koordinaten des Linien- und des Flächenschwerpunktes zu ermitteln.

Geg.: a

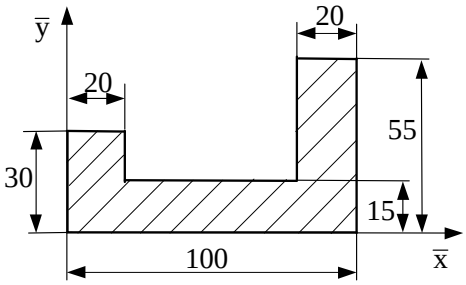
5.3



Ermitteln Sie die Koordinaten des Linien- und des Flächenschwerpunktes für das im Bild dargestellte Stanzteil!

Geg.: a

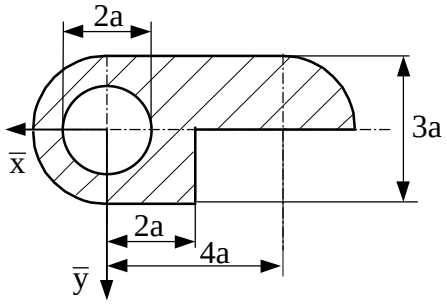
5.4



Es sind die Schwerpunktkoordinaten der gezeichneten Fläche zu bestimmen.

Geg.: Maße in mm

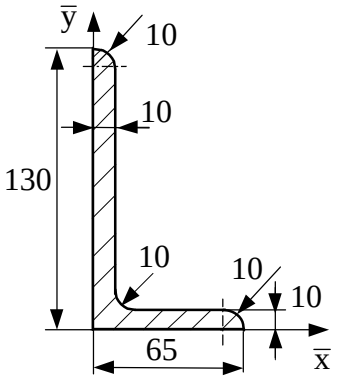
5.5



Ermitteln Sie für das dargestellte Blechteil die Koordinaten des Linien- und des Flächenschwerpunktes!

Geg.: a

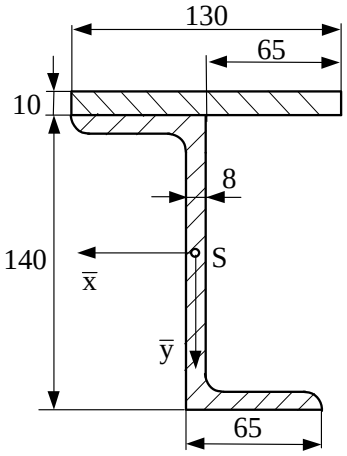
5.6



Der gezeichnete Trägerquerschnitt entspricht näherungsweise dem L-Stahl 130x65x10 nach DIN 1029. Man berechne die Lage des Flächenschwerpunktes und führe einen Vergleich mit den entsprechenden Angaben der DIN 1029 durch.

Geg.: Maße in mm

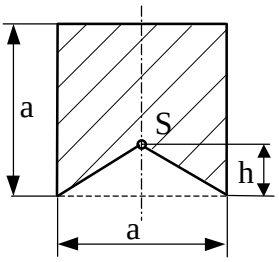
5.7



Ein Träger ist aus einem Z-Profil und einem Gurtblech zusammengesetzt. Berechnen Sie die Koordinaten des Flächenschwerpunktes.

Geg.: Maße in mm, $A_Z = 22{,}9\ cm^2$

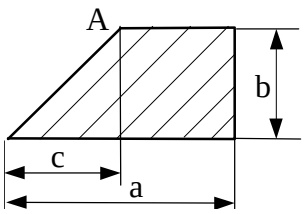
5.8



Wie groß muß das Maß h sein, damit der Schwerpunkt der dargestellten Fläche sich an der mit S markierten Stelle befindet.

Geg.: a

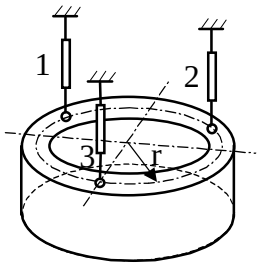
5.9



Wie groß muß das Maß c sein, damit die Unterkante der trapezförmigen homogenen Scheibe waagerecht liegt, wenn man sie in A aufhängt?

Geg.: a, b

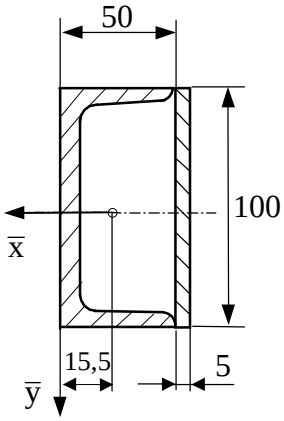
5.10



Ein Kreisring (nicht homogene Massenverteilung) vom Gewicht F_G und dem mitleren Radius r wird an drei Federwaagen, die gleichmäßig verteilt auf dem Radius angebracht sind, aufgehängt. Sie zeigen die Kräfte F_1, F_2 und F_3 an. An welcher Stelle des Umfangs muß welches Zusatzgewicht angebracht werden, damit der Schwerpunkt in die Mitte fällt?

Geg.: F_G, r, $F_1 = 0{,}334F_G$, $F_2 = 0{,}331F_G$, $F_3 = 0{,}335F_G$

5.11

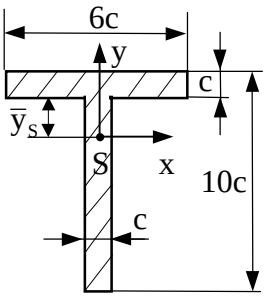


Man bestimme die Lage des Flächenschwerpunktes für den aus einem U-Profil und einem Stegblech zusammengesetzten Trägerquerschnitt.

Geg.: Maße in mm, Angaben für U10 nach DIN 1026 mit $A=13{,}5cm^2$

6 Flächenträgheitsmomente

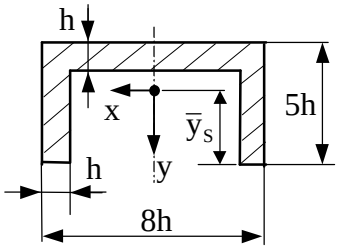
6.1



Für den skizzierten Querschnitt sind die Lage des Schwerpunktes ($\bar{y}_S$) und die Flächenträgheitsmomente gesucht.

Geg.: c

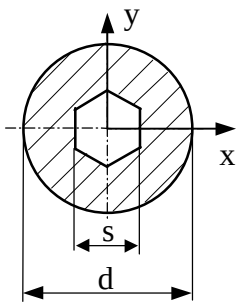
6.2



Für den skizzierten Querschnitt sind die Lage des Schwerpunktes ($\bar{y}_S$) und die Flächenträgheitsmomente gesucht.

Geg.: h

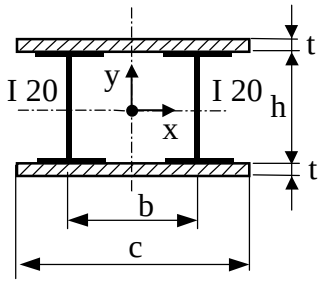
6.3



Für den skizzierten Querschnitt mit einem regelmäßigen Sechseckausschnitt sind die Flächenträgheitsmomente zu bestimmen.

Geg.: d, s

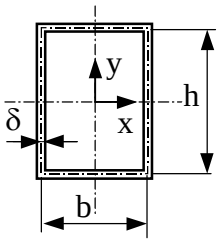
6.4



Für den skizzierten Querschnitt sind die Flächenträgheitsmomente zu bestimmen.

Geg.: b = 300mm, c = 400mm, t = 10mm, I 20 DIN 1025

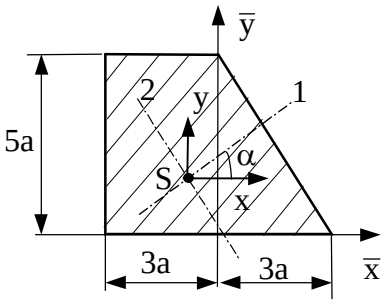
6.5



Für den skizzierten Querschnitt sind die Flächenträgheitsmomente I_{xx} und I_{yy} für die Modellbildung
1. als dickwandiger Träger,
2. als dünnwandiger Träger

zu bestimmen. Welche Vernachlässigungen hat man bei 2. gegenüber 1.?
Geg.: b = 20mm, h = 40mm, δ = 2mm

6.6

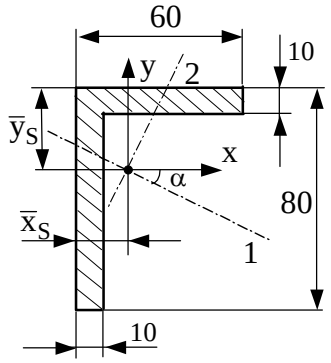


Für den skizzierten Querschnitt ermittle man
1. die Schwerpunktlage,
2. I_{xx}, I_{yy}, I_{xy},
3. die Hauptträgheitsmomente und die Richtung der Hauptachsen.

Geg.: a

6.7

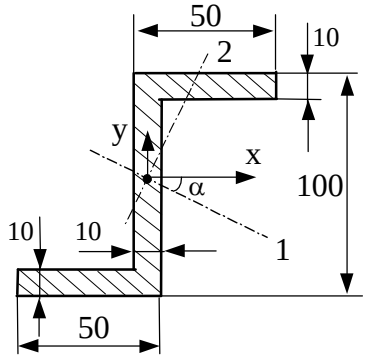
Für den skizzierten Querschnitt ermittle man



1. die Fläche A,
2. die Lage des Schwerpunktes ($\bar{x}_S, \bar{y}_S$),
3. die Trägheitsmomente I_{xx}, I_{yy}, I_{xy},
4. die Hauptträgheitsmomente I_1, I_2,
5. den Winkel α

Geg.: Maße in mm

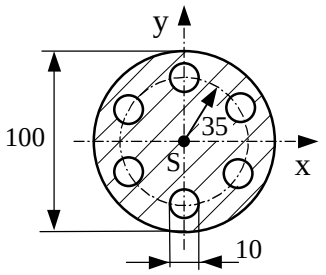
6.8



Für den skizzierten Querschnitt ermittle man
1. die Fläche A,
2. die Trägheitsmomente I_{xx}, I_{yy}, I_{xy},
3. die Hauptträgheitsmomente I_1, I_2,
4. den Winkel α

Geg.: Maße in mm

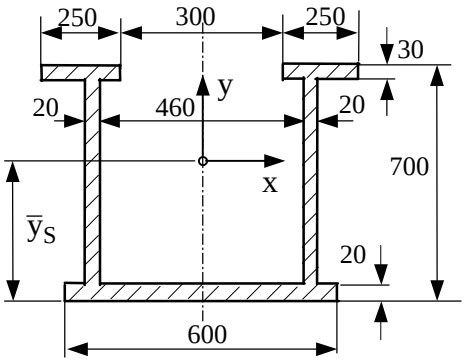
6.9



Für den skizzierten Querschnitt mit sechs symmetrisch angeordneten Bohrungen ermittle man
1. die Fläche A,
2. die Hauptträgheitsmomente I_1, I_2

Geg.: Maße in mm

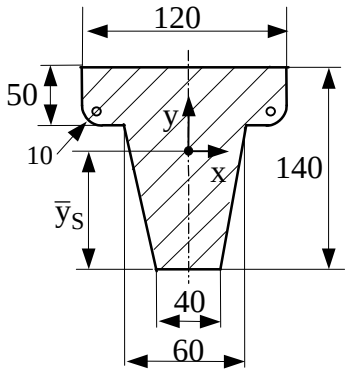
6.10



Für den skizzierten Querschnitt ermittle man
1. die Fläche A,
2. die Lage des Schwerpunktes ($\bar{y}_S$),
3. die Hauptträgheitsmomente I_1, I_2

Geg.: Maße in mm

6.11

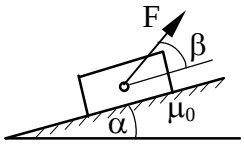


Für den skizzierten Querschnitt ermittle man
1. die Fläche A,
2. die Lage des Schwerpunktes ($\bar{y}_S$),
3. die Hauptträgheitsmomente I_1, I_2

Geg.: Maße in mm

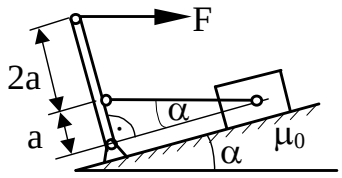
7 Haftung und Reibung

7.1



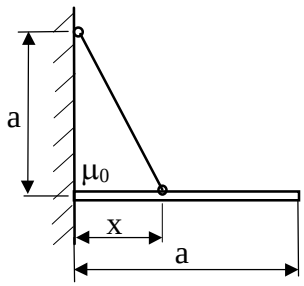
Ein Körper vom Gewicht F_G befindet sich auf einer geneigten Ebene. Welche Kraft F ist erforderlich, um ein Abgleiten zu verhindern? Bei welchem Winkel $\alpha = \alpha_0$ tritt Selbsthemmung ein?
Geg.: $F_G = 1000$N, $\alpha = 30°$, $\beta = 30°$, $\mu_0 = 0{,}2$

7.2



Ein Körper vom Gewicht F_G befindet sich auf einer geneigten Ebene. Er ist mit einem Hebel gemäß Skizze verbunden. Innerhalb welcher Grenzen darf der Wert für die waagerecht wirkende Kraft F liegen, damit der Körper in Ruhe verbleibt?
Geg.: $F_G = 1000$ N, $\alpha = 30°$, $\mu_0 = 0{,}2$

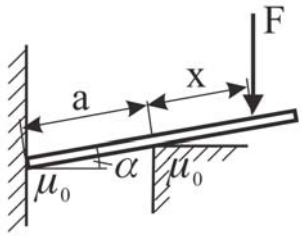
7.3



Ein an einem Seil hängender Stab stützt sich in waagerechter Stellung an einer vertikalen Wand ab. In welcher Entfernung x ist das Seil zu befestigen, damit der Stab nicht rutscht?

Geg.: a = 1000 mm, $\mu_0 = 0{,}5$

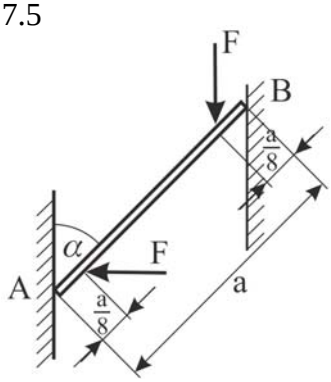
7.4.



Wo darf der Angriffspunkt von F liegen, ohne dass der Stab rutscht? Das Eigengewicht des Stabes sei vernachlässigbar klein.

Geg.: a, α, μ_0

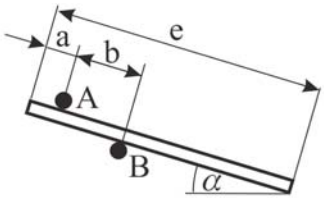
7.5



Ein Stab liegt zwischen vertikalen rauen Wänden und ist in der angegebenen Weise belastet. Wie groß muss der Haftkoeffizient μ_0 bei A und B mindestens sein, damit das Gleichgewicht erhalten bleibt? Das Eigengewicht des Stabes soll vernachlässigt werden.

Geg.: F, a, $\alpha = 45°$

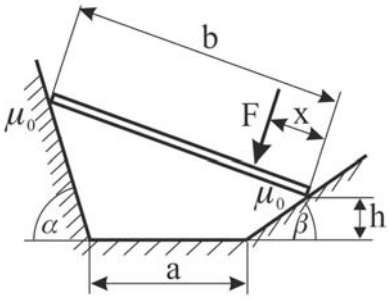
7.6



Ein Brett vom Gewicht F_G wird zwischen zwei versetzt angeordnete raue Rundhölzer A und B gelegt. Wie groß muss der Haftkoeffizient μ_0 sein, damit kein Abrutschen eintritt?

Geg.: F_G, α, a, b, e, (es sei $a+b < 0{,}5\ e$)

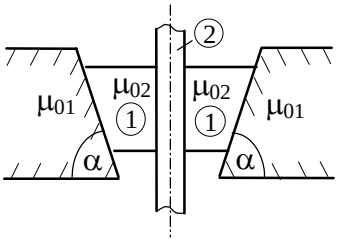
7.7



Es sind die zwei Grenzlagen von F zu ermitteln, für die gerade noch Gleichgewicht herrscht.

Geg.: F = 10 kN, a = 2,5 m, h = 1,5 m, b = 5 m
$\alpha = 60°$, $\beta = 45°$ $\mu_0 = 0{,}5$

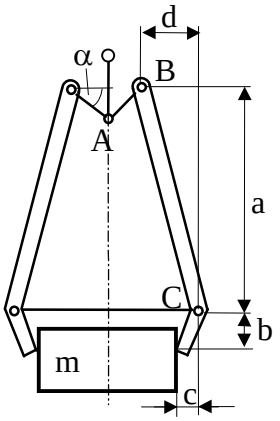
7.8



Eine Achse vom Gewicht F_{G2} soll durch zwei Keile, die jeweils das Gewicht F_{G1} haben, gehalten werden. Wie groß muss μ_{02} mindestens sein, damit die Achse nicht rutscht?

Geg.: F_{G1}, $F_{G2} = 2\,F_{G1}$, α, μ_{01}

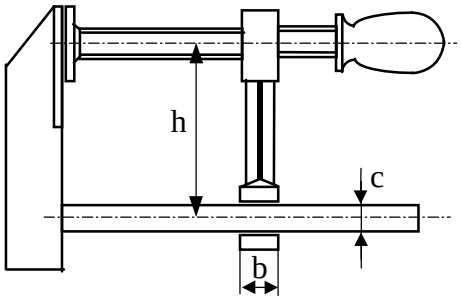
7.9



Ein Körper der Masse m soll mit einer Greiferzange angehoben werden. Welcher Haftkoeffizient μ_0 ist erforderlich?

Geg.: m, a = 420 mm, b = 80 mm, c = 40 mm, d = 60 mm, $\alpha = 30°$

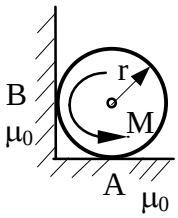
7.10



Eine Schraubzwinge soll selbsthemmend wirken. Welchen Wert muss die Breite b dann annehmen?

Geg.: h = 120 mm, $\mu_0 = 0{,}2$

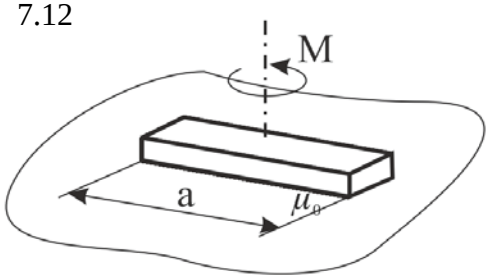
7.11



Ein Bolzen mit dem Radius r und dem Gewicht F_G liegt bei A auf einer rauen Unterlage auf und bei B an einer rauen Wand an. Welches Moment ist erforderlich, um den Bolzen in Drehung zu versetzen?

Geg.: r, μ_0, F_G

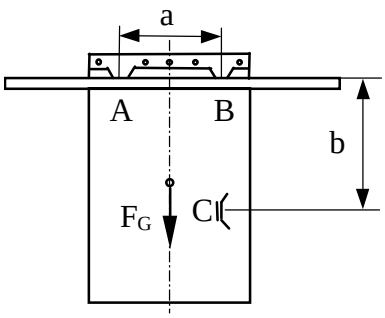
7.12



Ein homogener dünner Balken der Länge a und der Masse m liegt auf einer rauen horizontalen Fläche. Man nimmt an, dass die Normalkraft zwischen Balken und Fläche gleichmäßig verteilt sei. Welches Moment M setzt den Balken in Drehung?

Geg.: m, a, μ_0, g

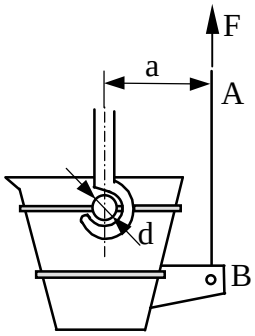
7.13



Eine Stahlschiebetür ist bei A und B auf einer horizontalen rauhen Führung gelagert. Wie groß muß eine bei C angreifende
Horizontalkraft F_C mindestens sein, um die Tür nach rechts zu bewegen?

Geg.: $F_G = 850$ N, $a = 120$ cm, $b = 150$ cm,
$\mu_{0A} = 0{,}2$ $\mu_{0B} = 0{,}3$

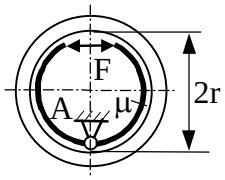
7.14



Eine Heißmetallpfanne hat zusammen mit ihrem Inhalt eine Masse von 6 t. Die Wirkungslinie der resultierenden Gesamtkraft verläuft durch den Zapfenmittelpunkt. Der Haftkoeffizient μ_0 zwischen Haken und Zapfen sei bekannt. Welche Kraft F im Seil AB ist erforderlich, um die Pfanne zu kippen?

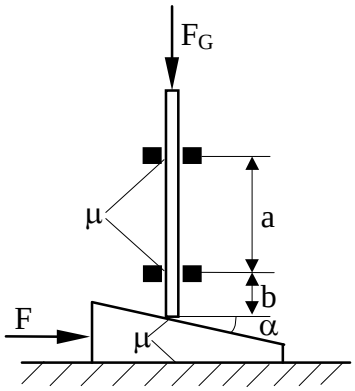
Geg.: $a = 1{,}5$ m, $d = 40$ cm, $m = 6$ t, $\mu_0 = 0{,}3$

7.15



Bei der Simplex-Trommelbremse sind die beiden Bremsbacken in A gelenkig gelagert. Sie werden beim Bremsen durch den Radbremszylinder jeweils mit der Kraft F belastet. Man berechne das Bremsmoment M_B als Funktion des Reibkoeffizienten μ unter der Annahme, daß die Normalkräfte und die Reibkräfte jeweils in der Backenmitte angreifen.
Geg.: F, r, μ

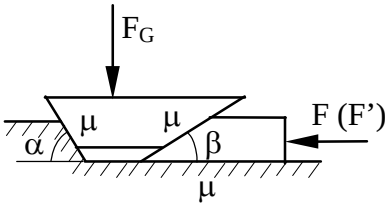
7.16



Auf den Stab wirkt die Last F_G und auf den Keil die Kraft F. Wie groß muß F sein, wenn nach Überwindung der Haftung die Last gleichförmig angehoben werden soll? Das Keilgewicht F_{GK} ist dabei zu berücksichtigen.

Geg.: F_G, F_{GK}, a, b, α, μ

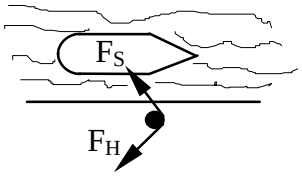
7.17



Die gezeichnete Keilkette dient zum gleichförmigen Heben bzw. Senken der Last F_G. Welche Kräfte F bzw. F' müssen dazu am Schubkeil angreifen?

Geg.: $F_G = 200$ N, $\mu = 0{,}1$, $\alpha = 60°$, $\beta = 30°$

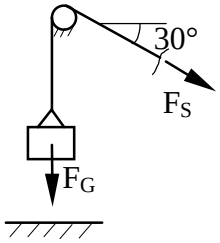
7.18



Ein Schiff soll am Kai vertäut werden. Dazu wird ein Seil um einen Poller geschlungen. Infolge der Strömung zieht das Schiff mit der Kraft F_S. Am anderen Seilende wirkt die Haltekraft F_H. Der Haftkoeffizient zwischen Seil und Poller sei μ_0. Wie viel Umschlingungen des Seiles um den Poller sind zur sicheren Vertäuung des Schiffes erforderlich?

Geg.: $F_H = 500$ N, $F_S = 500$ kN, $\mu_0 = 0{,}2$

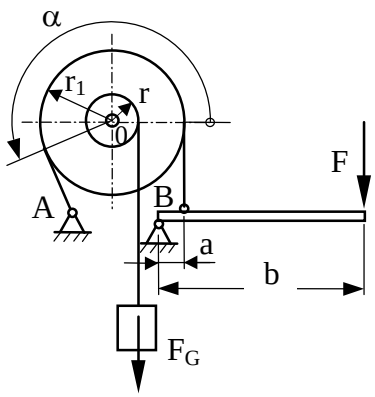
7.19



Kleinere Lasten lassen sich vertikal bewegen, indem das Zugseil über ein in entsprechender Höhe fest angebrachtes Rundholz geführt wird. Welche Kraft F_S bzw. F_S' ist erforderlich, um die Last F_G gleichförmig hochzuziehen bzw. abzulassen?

Geg.: F_G, $\mu = 0{,}2$

7.20

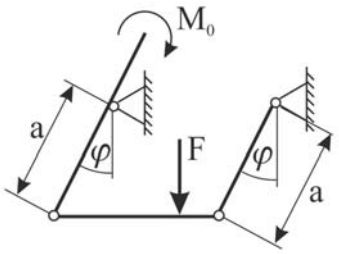


In der Abbildung ist schematisch eine Fördereinrichtung dargestellt. Die Trommel der Winde und die Scheibe der Bandbremse sind fest miteinander verbunden und sitzen drehbar auf der Achse 0. Wie groß muss die am Bremshebel wirkende Kraft F sein, um ein gleichmäßiges Ablassen des Förderkorbes vom Gewicht F_G zu gewährleisten?

Geg.: F_G, r, r_1, a, b, α, μ

8 Das Prinzip der virtuellen Arbeit

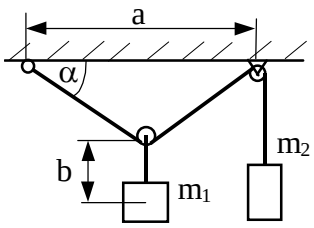
8.1



Drei gelenkig miteinander verbundene Stangen werden durch eine Kraft F und ein Moment M_0 belastet. Mit Hilfe des Prinzips der virtuellen Arbeit bestimme man den Winkel φ^*, für den das System im Gleichgewicht ist.

Geg.: M_0, F, a

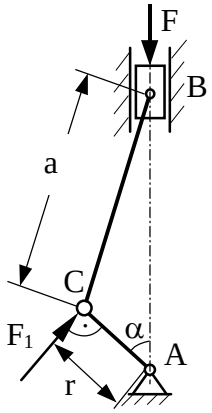
8.2



Man bestimme die Gleichgewichtslage $\alpha=\alpha^*$ und diskutiere Grenzfälle.
(Die Rollenradien sind vernachlässigbar klein, die Seillänge ist s.

Geg.: m_1, m_2, a, b, s

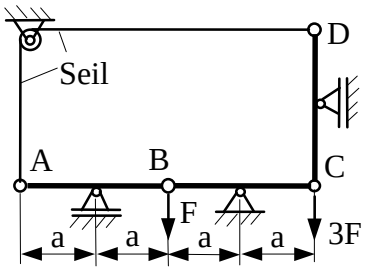
8.3



Eine Kurbel AC ist in A drehbar gelagert und in C gelenkig mit dem Stab BC verbunden. Auf den Kolben in B wirkt die Kraft F. In C greift senkrecht zu AC eine Kraft F_1 an. Man ermittle $F_1(\alpha)$ für die Gleichgewichtslagen.

Geg.: F, r, a

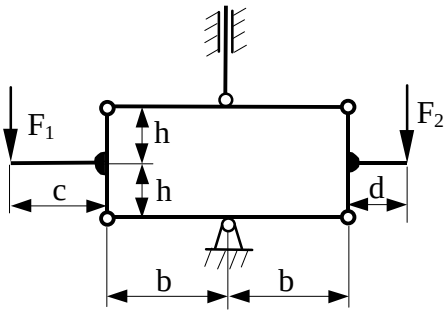
8.4



Drei Balken sind in B und C gelenkig miteinander verbunden und in drei Punkten gelagert. In A und D ist ein Seil befestigt, das über eine glatte Rolle geführt wird. Man ermittle die Seilkraft F_S.

Geg.: F, a

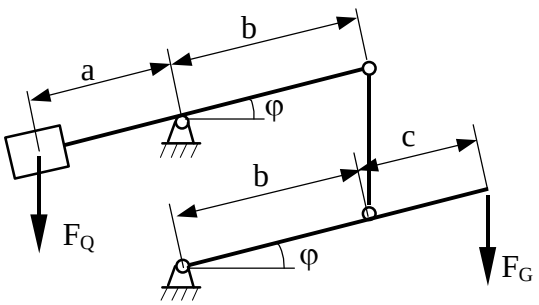
8.5



Die skizzierte sogenannte Robervalsche Waage befindet sich im statischen Gleichgewicht.

Geg.: F_1, b, h, c, d
Ges.: F_2
Lösen Sie diese Aufgabe zum Vergleich mittels Schnittprinzip und Gleichgewichtsbedingungen!

8.6

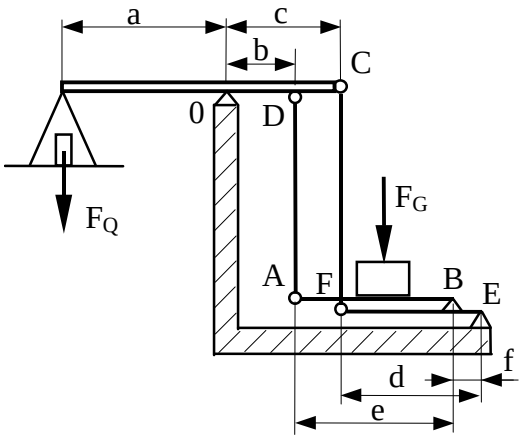


Für die skizzierte Klappbrücke soll unabhängig vom Winkel φ Gleichgewicht herrschen.

Geg.: F_G, a, b, c

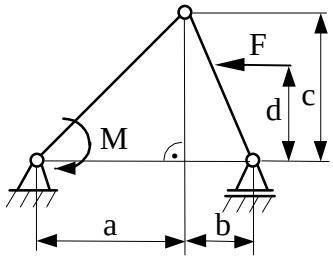
Ges.: F_Q

8.7



Eine Waage soll so gebaut werden, daß die Anzeige F_Q unabhängig ist von der Stelle, an der die Last F_G auf der Lastbrücke $\overline{AB}$ liegt. In welchem Verhältnis müssen die Abmessungen b, c, d, f dafür stehen?
Wie groß muß bei diesem Verhältnis die Gewichtskraft F_Q sein, um die Last F_G ins Gleichgewicht zu setzen?

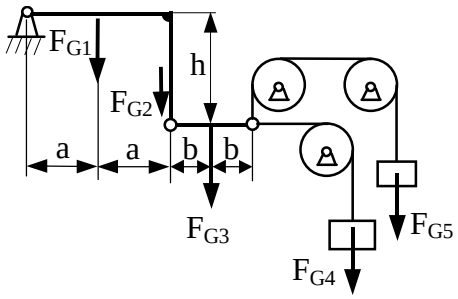
8.8



Geg.: a, b, c, d

Ges.: Zusammenhang zwischen M und F als Gleichgewichtsbedingung am skizzierten Mechanismus.

8.9



Ein System homogener Träger mit den Gewichtskräften F_{G1}, F_{G2}, F_{G3} werde mittels der über masselose Seile und Rollen umgelenkten Gewichtskräfte F_{G4} und F_{G5} im statischen Gleichgewicht gehalten.

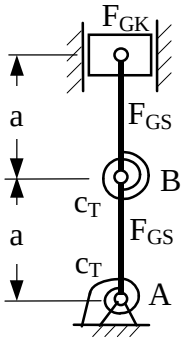
Geg.: a, b, h, F_{G1}, F_{G2}, F_{G3}

Ges.: F_{G4}, F_{G5}

8.10

- Aufgabe 3.1.1 Ges.: Auflagerreaktionen
- Aufgabe 3.2.4 Ges.: Horizontale Gelenkkraft F_{GH}
- Aufgabe 3.2.9 Ges.: Einspannmoment M_A
- Aufgabe 3.2.19 Ges.: Stabkraft F_{S8}
- Aufgabe 3.3.22 Ges.: Lagerkraft F_C

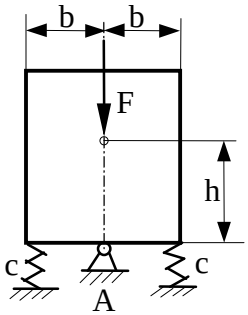
8.11



Zwei gelenkig miteinander verbundene homogene Stäbe tragen einen vertikal geführten Kolben. Die in A und B angebrachten Drehfedern sind in der vertikalen Lage entspannt. Man bestimme die Gleichgewichtslagen und untersuche ihre Stabilität.

Geg.: a, c_T, F_{GS} (Eigengewicht der Stäbe), F_{GK} (Eigengewicht des Kolbens)

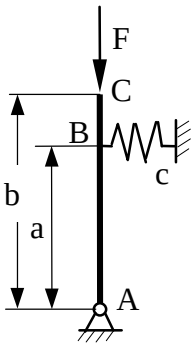
8.12



Eine rechteckige gewichtslose Scheibe ist in A drehbar gelagert. Zwei im Abstand b angebrachte Federn sind in der dargestellten Lage entspannt. Die Scheibe wird durch die Vertikalkraft F belastet. Man bestimme in Abhängigkeit von den gegebenen Größen die Gleichgewichtslagen und untersuche ihre Stabilität.

Geg.: F, c, b, h

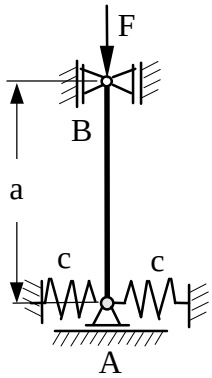
8.13



Ein Stab ist in A drehbar gelagert und in B durch eine horizontale Feder abgestützt, die in der gezeichneten Lage entspannt ist. Der Stab wird in C durch eine Vertikalkraft F belastet. Man bestimme in Abhängigkeit von den gegebenen Größen die Gleichgewichtslagen und untersuche ihre Stabilität.

Geg.: F, c, a, b

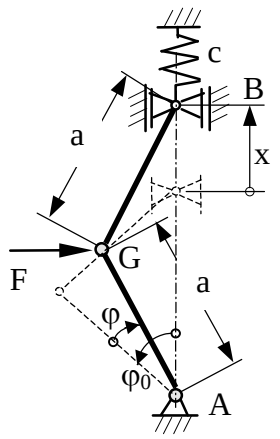
8.14



Ein Stab wird in A horizontal und in B vertikal geführt und durch die Vertikalkraft F belastet. In A sind zwei horizontale Federn angebracht. In der gezeichneten Lage sind die Federn entspannt. Man ermittle in Abhängigkeit von den gegebenen Größen die Gleichgewichtslagen und untersuche ihre Stabilität.

Geg.: c, a, F

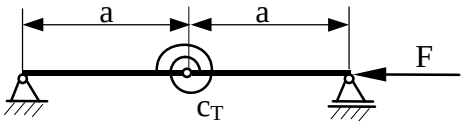
8.15



Ein Stab ist in A drehbar gelagert und über ein Gelenk G mit einem zweiten Stab verbunden. Das Lager B wird durch eine Feder abgestützt. In G greift eine Horizontalkraft F an. Für $\varphi = \varphi_0$ sei die Feder entspannt. Man ermittle $F(\varphi)$ für die Gleichgewichtslagen.

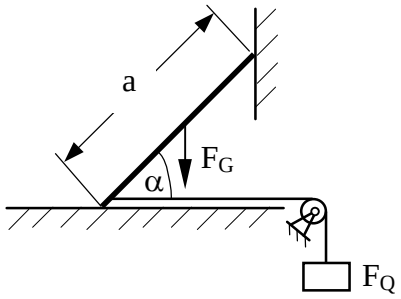
Geg.: a, c, $\varphi_0 = 60°$

8.16



Das System besteht aus zwei starren Stäben, die über eine Drehfeder elastisch verbunden sind. Untersuchen Sie die Gleichgewichtslagen auf ihre Stabilität.
Geg.: F, a, c_T

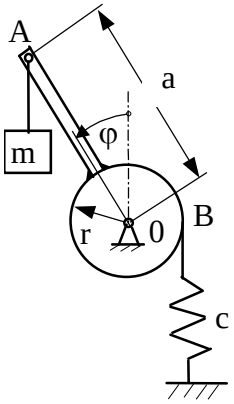
8.17



Ein Stab vom Gewicht G lehnt gegen eine vertikale glatte Wand. Das untere Ende, an dem eine Last Q hängt, steht auf glattem Boden. Wie groß muß F_Q sein, damit das System in Ruhe bleibt? Ist das Gleichgewicht stabil?

Geg.: F_G, α, a

8.18

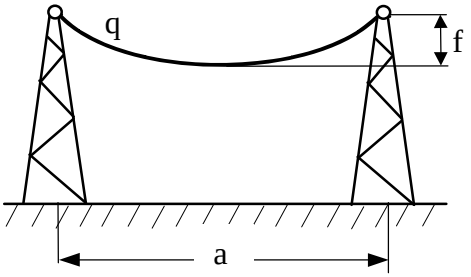


Das dargestellte System ist in 0 drehbar gelagert und in B federnd abgestützt. Für $\varphi = 0$ sei die Feder entspannt. Bestimmen Sie die Gleichgewichtslagen. Untersuchen Sie die Stabilität der Gleichgewichtslagen.
Hinweis: Stabmasse sei vernachlässigbar klein.

Geg.: m = 40 kg, c = 25 Ncm^{-1}, r = 30 cm, a = 80 cm

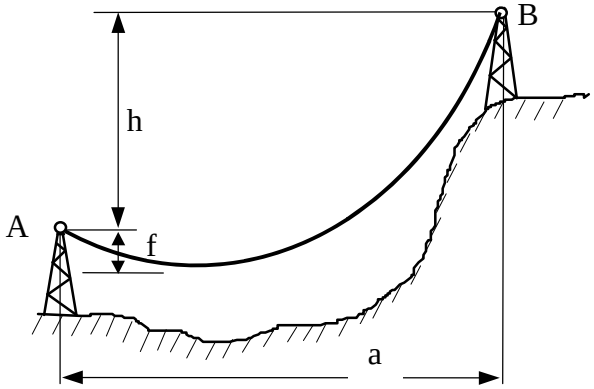
9 Seile und Ketten

9.1



Ein Kabel (Eigengewicht je Meter: $q = 120\ Nm^{-1}$) ist zwischen zwei Masten im Abstand $a = 300$ m so aufgehängt, daß der Durchhang $f = 60$ m beträgt. Wie groß sind die maximale Seilkraft F_{Smax} und die Seillänge L?

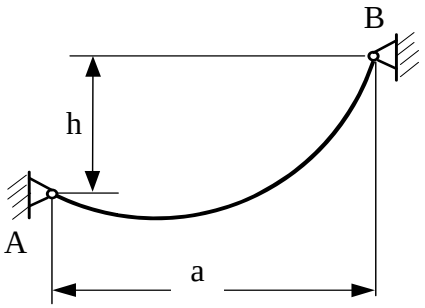
9.2



Ermitteln Sie für das dargestellte System die größte Seilkraft F_{Smax} und den maximalen Seildurchhang f.

Geg.: Seillänge $L = 250$ m,
Seilgewicht je Meter $q = 40\ Nm^{-1}$,
$a = 200$ m,
$h = 50$ m.

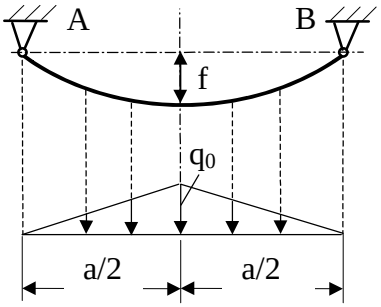
9.3



Die Festpunkte A und B sind durch ein Seil verbunden. Welche Länge L muß das Seil haben, damit in ihm die Seilkraft F_{Smax} nicht überschritten wird?

Geg.: $a = 1000$ m, $h = 100$ m, $F_{Smax} = 50$ kN, $q = 25\ Nm^{-1}$

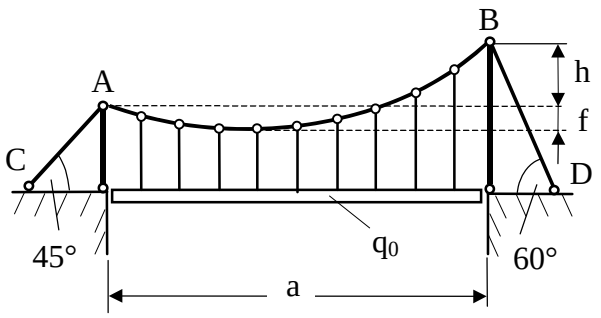
9.4



Auf ein Kabel wirkt eine Dreiecklast so, daß der Durchhang f entsteht. Wie lautet die Gleichung der Seillinie? Wie groß ist die maximale Seilkraft F_{Smax}? Wie groß ist die Seilkraft F_S in der Mitte des Kabels?

Geg.: q_0, a, f

9.5



Durch das Tragkabel einer Hängebrücke soll die Last (Intensität q_0) mittels neun Hängestäben nach den Köpfen A und B hin abgetragen werden, wobei die im Tragkabel auftretende größte Seilkraft F_{Smax} nicht überschritten werden soll. Bestimmen Sie die Gestalt des Seiles, den Durchhang f gegenüber dem Aufhängepunkt A, die Kräfte in den Abspannseilen AC und BD sowie in den Masten (Vernachlässigung des Eigengewichtes des Tragkabels und der Hängestäbe).

Geg.: q_0 = 100 kNm^{-1}, h = 10 m, a = 90 m, F_{Smax} = 8000 kN