Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Institut für Mechanik

Übungsaufgaben

zur

Technischen Mechanik

- Dynamik -

Ausgabe 2010

Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

Fakultät für Maschinenbau
Institut für Mechanik

Übungsaufgaben zur Technischen Mechanik

- Dynamik -

zum Gebrauch in den Übungen

Zusammengestellt von I. Dankert

Inhalt: Seite

1. Kinematik des Punktes

1.1

Eine Punktmasse hat zur Zeit t_0 am Ort x_0 die Geschwindigkeit v_{x0}. Vom Zeitpunkt t_0 an erfährt die Punktmasse eine konstante Beschleunigung a_x.

Geg.: $t_0 = 0$, $x_0 = 6\ m$, $v_{x0} = -5\ m/s$ $a_x = 2\ m/s^2$

Ges.: 1. Wo befindet sich die Punktmasse zur Zeit $t_1 = 3\ s$?
2. Welche Geschwindigkeit v_{x1} hat sie dort ?
3. Wo liegt der Umkehrpunkt x_2 der Bewegung ?

1.2

Beim Notbremsen wird ein mit der Geschwindigkeit v fahrender Zug innerhalb der Strecke s zum Stehen gebracht.

Geg.: $v = 90\ km/h$, $s = 260\ m$

Ges.: 1. Wie groß ist die konstante Bremsbeschleunigung a_x ?
2. Stellen Sie den Verlauf der Bewegung im x(t)-, v_x(t)- und a_x(t)-Diagramm dar!

1.3

Die folgenden Teilaufgaben sind zu lösen:

Nr.	Gegeben	Anfangsbedingungen	Gesucht
1	$s = bt^3$		v(t), a(t), a(s)
2	$v = ct^3$	t = 0: s = 0	s(t), a(t), v(s)
3	$a = dt^3$	t = 0: s = 0, v = 0	v(t), s(t)
4	$v = es^2$	t = 0: $s = s_0$	t(s), s(t), a(s), a(t)
5	$a = fs^2$	t = 0: $s = s_0$, $v = v_0$	v(s), t(s) nur Integraldarstellung
6	$a = hv^2$	t = 0: $s = s_0$, $v = v_0$	t(v), v(t), s(v)

b,c,d,e,f,g,h - Konstanten

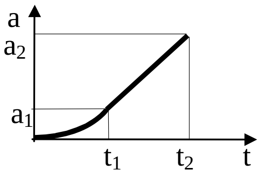
1.4

Durch Weg-Zeit-Messungen soll der Beschleunigungsverlauf einer Fahrzeugbewegung bestimmt werden. Die Geschwindigkeit betrug zur Zeit t = 0 Null.
Es ergaben sich folgende Werte:

s [*m*]	0	6,25	25	56,2	100	150	200	250
t [*s*]	0	2	4	6	8	10	12	14

Ges.: 1. Man zeichne die Funktion s = s(t) auf und nähere sie abschnittsweise durch Polynome an.
2. Wie lautet die Beschleunigung a(t) in den einzelnen Abschnitten?

1.5



Ein Fahrzeug fährt nach dem gegebenen Beschleunigungs-Zeit-Diagramm ($0 \leq t \leq t_1$ parabolisch, $t \geq t_1$ linear) an. Berechnen Sie die Geschwindigkeit v_2 und den zurückgelegten Weg s_2 zur Zeit t_2!

Geg.: $t = 0$: $v_0 = 0$, $s_0 = 0$;
$t_1 = 10\ s$, $t_2 = 20\ s$, $a_1 = 1\ m/s^2$, $a_2 = 3\ m/s^2$

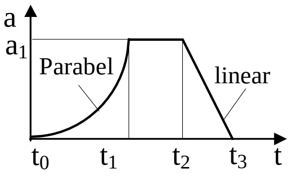
1.6

Ein Fahrer fährt auf gerader Strecke aus der Ruhe heraus mit konstanter Bahnbeschleunigung a_A so lange an, bis er die maximale Geschwindigkeit v erreicht hat, mit der er seine Fahrt fortsetzt. Auf dem letzten Teil der Gesamtstrecke S bremst er dann mit konstanter Bahnbeschleunigung a_B bis zum Stillstand ab.

Geg.: $a_A = 0{,}8\ m/s^2$, $v = 16\ m/s$, $a_B = -1{,}0\ m/s^2$, $s = 528\ m$
Ges.: 1. Zeit für den gesamten Fahrvorgang
2. Grafische Darstellung der 6 kinematischen Grundgrößen $s = s(t)$, $v = v(t)$, $a = a(t)$, $v = v(s)$, $a = a(s)$, $a = a(v)$

(Für die Darstellung wähle man die Maßstäbe: Weg: $1\ cm \,\widehat{=}\, 200\ m$, Geschw.: $1\ cm \,\widehat{=}\, 4\ m/s$, Beschl.: $1\ cm \,\widehat{=}\, 0{,}5\ m/s^2$, Zeit: $1\ cm \,\widehat{=}\, 20\ s$)

1.7



Für den Bewegungsablauf eines Maschinenteils ist das Beschleunigungs-Zeit-Diagramm gegeben. Berechnen Sie die Beschleunigung, die Geschwindigkeit und den Weg als Funktion der Zeit, wenn folgende Anfangsbedingungen gegeben sind:
$t_0 = 0$: $v_0 = 0$, $s_0 = 0$, $a_0 = 0$.

Geg.: $a_1 = 1\ m/s^2$, $t_1 = 1\ s$, $t_2 = 2\ s$, $t_3 = 3\ s$
Ges.: $a(t)$, $v(t)$, $s(t)$

1.8

Für den Anlauf des Schlittens einer Langhobelmaschine nach der Bewegungsumkehr ist der Beschleunigungsverlauf $\ddot{x}(x) = a_0\left(1 - \frac{x}{b}\right)$ gegeben.

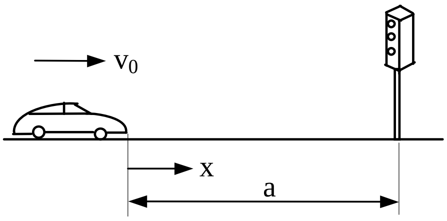
Geg.: a_0, b, Anfangsbedingungen $t = 0$: $x = 0$, $\dot{x} = 0$;
Ges.: Man berechne und skizziere die Funktionen $x(t)$, $\dot{x}(t)$, $\ddot{x}(t)$, $\dot{x}(x)$ und $t(x)$

1.9

Ein Güterzug durchfährt zur Zeit $t = 0$ auf einem Nebengleis mit konstanter Geschwindigkeit v_G einen Bahnhof, als gerade ein Personenzug in gleicher Richtung abfährt. Die Beschleunigung des Personenzuges nimmt bis zur Zeit t_1 linear mit der Zeit von a_{p0} auf a_{p1} ab. Dann fährt auch er mit der konstanten Geschwindigkeit $v_{p1} = v_p(t_1)$ weiter und überholt den Güterzug.

Geg.: $v_G = 54\ km/h$, $t_1 = 50\ s$, $a_{p0} = 0{,}8\ m/s^2$, $a_{p1} = 0\ m/s^2$
Ges.: 1. Zu welcher Zeit t_2 fährt der Personenzug am Güterzug vorbei?
2. In welcher Entfernung s_2 vom Bahnhof geschieht das?
3. Wie groß ist die Relativgeschwindigkeit v_2 beim Überholen?
4. Skizzieren Sie das s(t)-, v(t)- und a(t)-Diagramm beider Bewegungen!

1.10

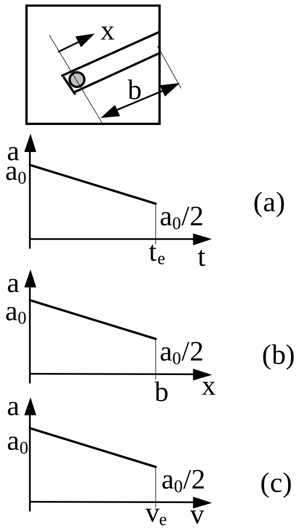


Ein PKW-Fahrer nähert sich mit einer Geschwindigkeit v_0 einer Ampel. Bei einer Entfernung l des Fahrers von der Ampel springt sie auf „Rot“. Die Zeitdauer für die Rot- und Gelbphase beträgt t^*. Der Fahrer möchte die Ampel gerade dann passieren, wenn sie wieder auf „Grün“ wechselt.

Geg.: $v_0 = 50\ km/h$, $a = 100\ m$, $t^* = 10\ s$

Ges.: 1. Mit welcher konstanten Beschleunigung a_0 muß der Fahrer bremsen?
2. Welche Geschwindigkeit v_1 hat er an der Ampel?
3. Man zeichne die Diagramme a(t), v(t) und x(t).

1.11



In einer Ballmaschine werden Tennisbälle über die Länge b aus der Ruhelage bis zur Endgeschwindigkeit v_e beschleunigt.

Geg.: Die dargestellten Beschleunigungsverläufe (a), (b) und (c)

Ges.: Man bestimme jeweils die Endgeschwindigkeit v_e!

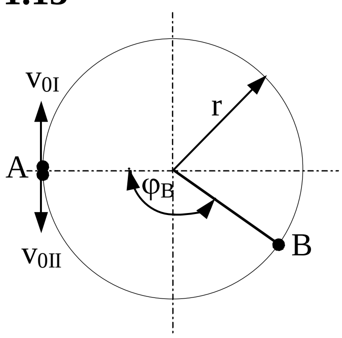
1.12

Ein Punkt bewegt sich auf einer Kreisbahn vom Radius r_0.

Geg.: $r_0 = 1$ m, Winkelbeschleunigung $\alpha = 10\ s^{-2}$,
Anfangsbedingungen: $t = 0$: $\omega = \omega_0 = 2\ s^{-1}$, $\varphi = 0$

Ges.: 1. Wie groß ist die Drehzahl zur Zeit t = 0 ?
2. Zu welcher Zeit t_1 wird die Drehzahl $n_1 = 1500\ min^{-1}$ erreicht ?
3. Welche Beschleunigung hat der Punkt zur Zeit t = 0 ?

1.13

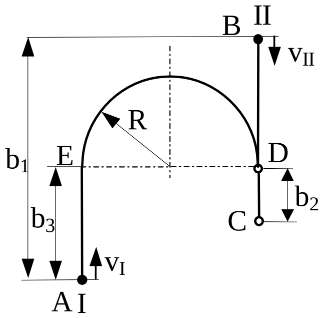


Von A ausgehend bewegen sich zwei Punkte I und II mit gleicher Anfangsgeschwindigkeit v_0. Punkt I wird mit a_t gleichmäßig beschleunigt, Punkt II mit a_t gleichmäßig verzögert. Die beiden Punkte treffen sich in B.

Geg.: r, φ_B; $t = 0$: $v_{0I} = v_{0II} = v_0$, $s_{0I} = s_{0II} = 0$

Ges.: 1. Zeit t_B, zu der sich beide Punkte in B treffen
2. Beschleunigung a_t
3. Bei welchem Winkel φ_0 verschwindet die Geschwindigkeit des Punktes II ?

1.14



Zwei Flugzeuge I und II fliegen einander entgegen. Das Flugzeug I hat eine konstante Geschwindigkeit v_I, das Flugzeug II hat in B die Geschwindigkeit v_{II} und beschleunigt konstant mit a_{II}. In welcher Entfernung b_3 vom Punkt A muß das Flugzeug I in eine Kreisbahn mit dem Radius R einbiegen, wenn das Flugzeug I in D einen Abstand b_2 vom Flugzeug II in C haben soll, und nach welcher Zeit wird diese Lage erreicht ?

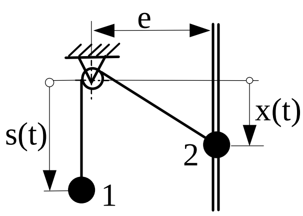
Geg.: v_I, v_{II} (in B), a_{II}, b_1, b_2, R
Ges.: t, b_3

1.15

Ein Zug bewegt sich mit konstanter Verzögerung auf einem Kreisbogen vom Radius R und legt eine Strecke s zurück. Seine Anfangsgeschwindigkeit beträgt v_0, seine Endgeschwindigkeit v_E. Es ist die Gesamtbeschleunigung dem Betrage nach am Anfang und am Ende des Kreisbogens sowie die Bewegungszeit auf dem Bogen zu bestimmen.

Geg.: R = 800 *m*, s = 800 *m*, v_0 = 15 *m/s*, v_E = 5 *m/s*
Ges.: t, a_0, a_E

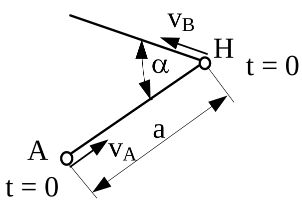
1.16



Für ein System mit den Punktmassen 1 und 2 ist die Bewegung x(t) vorgegeben. Für eine bekannte Seillänge a sind für den Massenpunkt 1 s(t), $\dot{s}(t)$ und $\ddot{s}(t)$ zu berechnen.

Geg.: e, a, x(t)

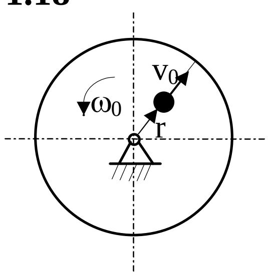
1.17



Ein Schiff nähert sich einem Hafen H mit der konstanten Geschwindigkeit v_A, während ein zweites diesen mit der konstanten Geschwindigkeit v_B verläßt. Die Kurse der Schiffe sind geradlinig und schließen den Winkel α ein. Zum Zeitpunkt t = 0 hat das Schiff A vom Hafen den Abstand a.

Geg.: v_A, v_B, α, a
Ges.: 1. Wann haben die Schiffe den geringsten Abstand voneinander ?
2. Welche Hafenentfernungen haben die Schiffe dann und wie verhalten sich diese zueinander ?

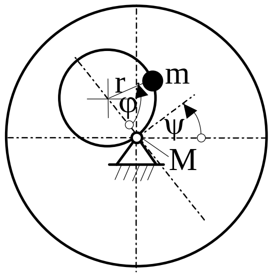
1.18



Auf einer Scheibe, die sich mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_0 dreht, bewegt sich eine Punktmasse mit der konstanten Relativgeschwindigkeit v_0 nach außen.

Geg.: ω_0, v_0
Ges.: Absolute Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverhältnisse in Abhängigkeit von r.

1.19

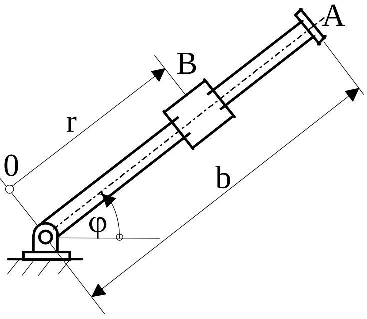


Eine Punktmasse m bewegt sich auf einer Kreisbahn mit dem Radius r auf einer Scheibe. Die Scheibe selbst rotiert um den Punkt M.

Geg.: $r, \quad \dot{\psi}, \quad \ddot{\psi}, \quad \dot{\varphi}, \quad \ddot{\varphi}$

Ges.: Absolutbeschleunigung $\vec{a}$ der Punktmasse

1.20



Ein Stab 0A dreht sich mit konstanter Winkelbeschleunigung α_0 um den Punkt 0. Auf dem Stab gleitet ein Massenpunkt B reibungsfrei mit konstanter Beschleunigung a_0 radial nach innen.

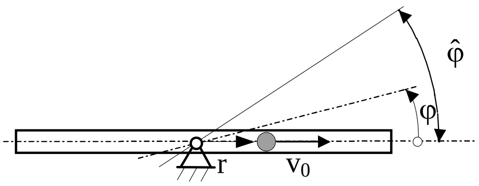
Geg.: $b = 1\ m$, $\alpha_0 = 0{,}3\ s^{-2}$, $a_0 = 25\ cm/s^2$

Anfangsbedingungen: $t = 0$: $\varphi(0) = 0 \quad r(0) = b$

$\dot{\varphi}(0) = 0 \quad \dot{r}(0) = 0$

Ges.: Für $\varphi = 30°$ ermittle man Absolutgeschwindigkeit und -beschleunigung des Gleitsteines B.

1.21

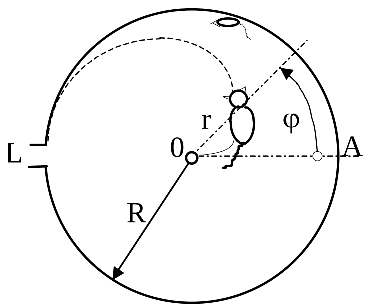


Auf einem schwingenden Stab bewegt sich ein Punkt mit konstanter Geschwindigkeit v_0 radial nach außen.

Geg.: v_0, $\varphi = \hat{\varphi} \sin \Omega t$, Ω, $\hat{\varphi}$

Ges.: Absolute Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverhältnisse in Abhängigkeit von r

1.22



In einem Turm sitzt in A eine Maus, im Mittelpunkt 0 eine Katze. Die Maus rennt mit konstanter Geschwindigkeit v_M entlang der Turmmauer, um das rettende Loch L zu erreichen. Die Katze verfolgt die Maus auf einer Bahn, die durch eine Archimedische Spirale $r(\varphi) = R\dfrac{\varphi}{\pi}$ beschrieben werden kann.

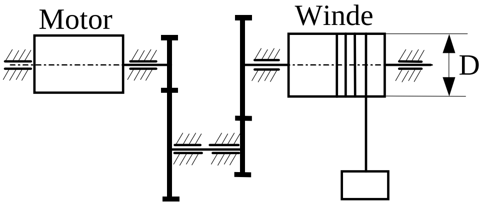
Geg.: R, v_M, $r(\varphi) = R\dfrac{\varphi}{\pi}$

Ges.: 1. Wie groß muß die konstante Bahngeschwindigkeit v_K der Katze sein, damit sie die Maus am Loch erwischt?

2. Nach welcher Zeit T erreicht die Katze die Maus?

2. Kinematik der ebenen Bewegung des starren Körpers

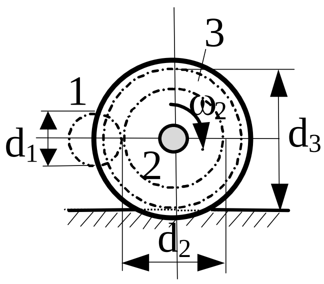
2.1



Eine Lastwinde hat einen Motor mit der Drehzahl n_M. Die Trommel der Winde hat den Durchmesser D. Die beiden Zahnradpaare sollen aus fertigungstechnischen Gründen gleich sein. Welches Zähnezahlverhältnis i muß gewählt werden, damit die Last mit einer Geschwindigkeit v gehoben wird ?

Geg.: $n_M = 980\ min^{-1}$, $D = 450\ mm$, $v = 45\ m/min$
Ges.: i

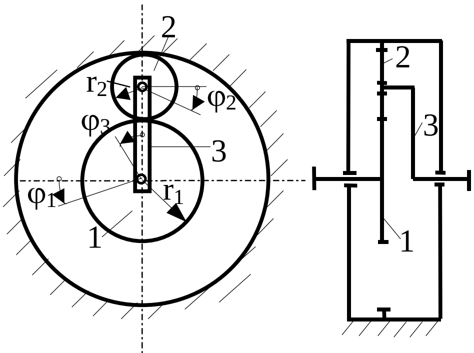
2.2



Die Triebräder einer elektrischen Lokomotive werden vom Motor aus mittels des Zahnrades (1) (Motorritzel) und des Zahnrades (2) angetrieben. Das Zahnrad (2) ist mit dem Triebrad (3) fest verbunden. Wie groß sind die Winkelgeschwindigkeit und die Drehzahl des Motors bei einer Fahrgeschwindigkeit von v ?

Geg.: $v = 120\ km/h$, $d_1 = 340\ mm$, $d_2 = 910\ mm$, $d_3 = 1250\ mm$
Ges.: ω_{Mot}, n_{Mot}

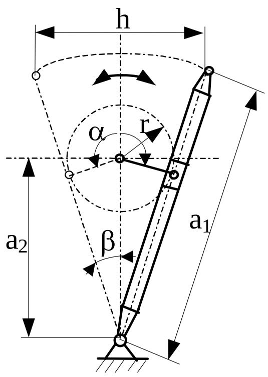
2.3



Für das skizzierte Planetengetriebe gebe man die Zwangsbedingungen zwischen den Koordinaten φ_1, φ_2 und φ_3 an.

Geg.: r_1, r_2

2.4

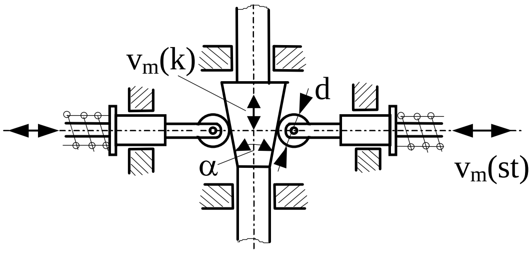


Es ist das Stößelgetriebe einer Waagerechtstoßmaschine zu untersuchen.

Geg.: $r = 150\ mm$, $a_1 = 900\ mm$, $a_2 = 600\ mm$
Drehzahl der Kurbel $n = 25\ min^{-1}$

Ges.: 1. Winkel α, Winkel β
2. Stößelhub h
3. Maximale Arbeitshubgeschwindigkeit v_{Amax}
4. Maximale Rücklaufgeschwindigkeit v_{Rmax}

2.5

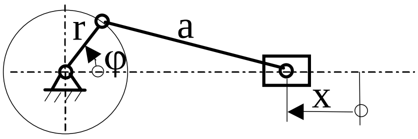


Der Stößelantrieb eines Automaten erfolgt durch einen senkrecht bewegten Keil, der sich mit der mittleren Geschwindigkeit v_k bewegt. Die mittlere Stößelgeschwindigkeit beträgt v_{st}, der Rollendurchmesser d.

Geg.: $v_k = 0{,}35\ m/s$, $v_{st} = 0{,}02\ m/s$, $d = 50\ mm$

Ges.: 1. mittlere Winkelgeschwindigkeit der Rolle,
2. mittlere Relativgeschwindigkeit der Rolle auf der schiefen Ebene,
3. Winkel α

2.6



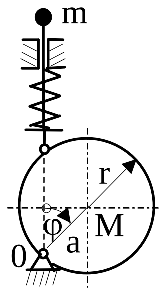
Es ist eine zentrische Schubkurbel zu untersuchen.

Geg.: $\frac{r}{a} = \lambda$, $\varphi = \omega t$ (ω = konst.), $x(\varphi = 0) = 0$

Ges.: 1. Exakte Formeln für $\frac{x}{r}$, $\frac{\dot{x}}{r\omega}$, $\frac{\ddot{x}}{r\omega^2}$

2. Einfache Näherungsformeln für $\frac{x}{r}$, $\frac{\dot{x}}{r\omega}$, $\frac{\ddot{x}}{r\omega^2}$ für kleine λ, die aus den exakten Formeln durch abgebrochene Reihenentwicklungen gewonnen werden und λ nur bis zur 1. Potenz enthalten sollen.

2.7

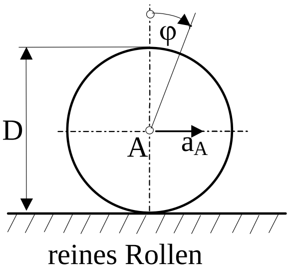


Ein Kreisexzenter mit dem Mittelpunkt M und dem Drehpunkt 0 erzeugt eine Translationsbewegung des Stößels, der durch eine Feder ständig gegen den Exzenter gedrückt wird.

Geg.: r, a, $\frac{a}{r} = \lambda$, $\varphi = \varphi(t)$, $\dot{\varphi}$ = konst

Ges.: Weg, Geschwindigkeit und Beschleunigung der mit dem Stößel verbundenen Masse m als Funktion von φ(t).

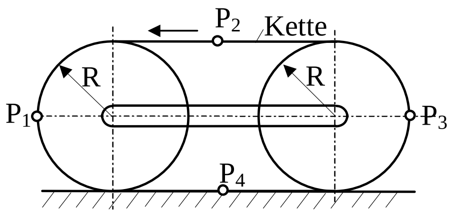
2.8



Die Achse eines rollenden Rades wird mit a_A aus der Ruhelage heraus beschleunigt. Der Raddurchmesser beträgt D. Man gebe in Abhängigkeit vom Drehwinkel φ die Beschleunigung des Punktes am Umfang an, der zu Beginn der Bewegung die Unterlage berührt. Man zeichne den Beschleunigungsverlauf für eine Umdrehung auf.

Geg.: $a_A = 1\ m/s^2$, $D = 2\ m$

2.9

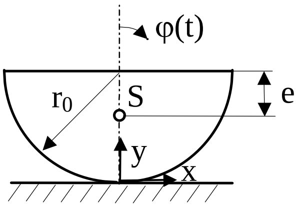


Ein Kettenfahrzeug fährt mit der Geschwindigkeit v(t), seine Beschleunigung sei a(t). Es sind die Beträge der Geschwindigkeiten und Beschleunigungen der Punkte P_1, P_2, P_3 und P_4 zu ermitteln.

Geg.: v, a, R

Ges.: $v_1 = v_1(v)$ $a_1 = a_1(a,v)$
$v_2 = v_2(v)$ $a_2 = a_2(a,v)$
$v_3 = v_3(v)$ $a_3 = a_3(a,v)$
$v_4 = v_4(v)$ $a_4 = a_4(a,v)$

2.10



Eine Halbscheibe vom Radius r_0 rollt auf einer ebenen Unterlage.

Geg.: r_0, $\varphi(t)$

Ges.: 1. Schwerpunkt S der Halbscheibe

2. Für die Bewegung des Schwerpunktes:

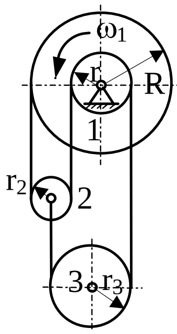
2.1 Bahnkoordinaten $x_S(\varphi)$, $y_S(\varphi)$

2.2 Geschwindigkeitskomponenten $\dot{x}_S(\varphi)$, $\dot{y}_S(\varphi)$

2.3 Beschleunigungskomponenten $\ddot{x}_S(\varphi)$, $\ddot{y}_S(\varphi)$

3. Man mache sich die Geschwindigkeits- und Beschleunigungsverhältnisse mit Vektoren klar !

2.11

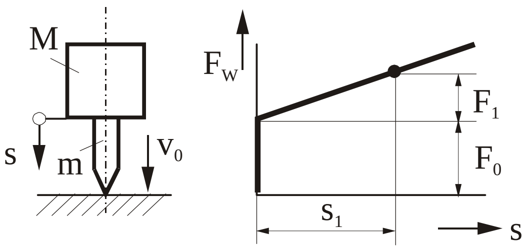


Bei einem Teil eines Hebewerkes sind drei Räder über abrollende vertikale Seile verbunden.

Geg.: R, r, ω_1

Ges.: Wie groß sind die Geschwindigkeiten der Mittelpunkte der Rollen (2) und (3), wenn sich die Rolle (1) mit der Winkelgeschwindigkeit ω_1 dreht?

2.12



Ein Pfahl der Masse m wird durch einen Ramm-Bär der Masse M senkrecht in die Erde gerammt. Bär und Pfahl haben die Anfangsgeschwindigkeit v_0. Die Widerstandskraft F_W des Bodens entspricht der aufgezeigten Funktion, dabei sind F_1, F_0, s_1 experimentell bestimmte Werte ($(M+m)g<F_0$)

Geg.: m, M, v_0
F_1, F_0, s_1
Erdbeschleunigung g

Ges.: Eindringtiefe s_E des Pfahles in den Boden

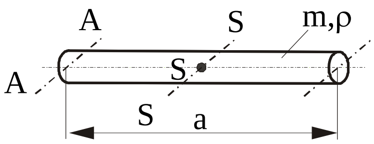
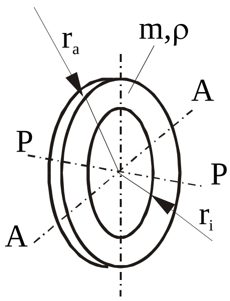
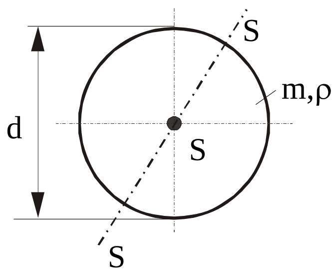
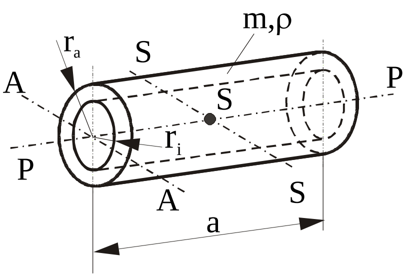
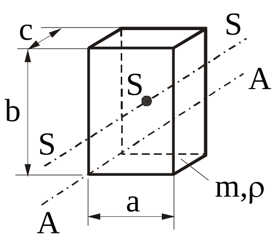
2.13

Welche Leistung muß der Radfahrer von Aufgabe 3.7 abgeben, um mit der Geschwindigkeit v_E bei einem Gegenwind von v_W auf gerader horizontaler Strecke zu fahren? Welche Leistung muß der Radfahrer durch den Gegenwind mehr aufbringen?

Geg.: $v_E = 40\ km/h$
$v_W = 4\ m/s$

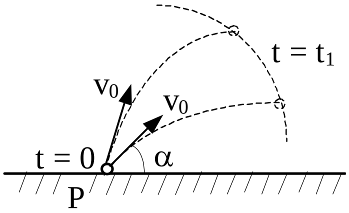
2.14

Man bestimme die Massenträgheitsmomente folgender homogener Körper
(Masse m, Dichte ρ)

Nr.	Körper	Gegeben	Gesucht
1	dünner Stab 	m, a, ρ	J_S, J_A
2	dünne Scheibe 	m, r_i, r_a, ρ	J_P, J_A
3	Kugel 	d, m, ρ	J_S
4	Zylinder 	m, r_i, r_a, a,	J_S, J_A, J_P
5	Quader 	m, a, b, c, ρ	J_S, J_A

3. Kinetik der ebenen Bewegung von Punktmassen und starren Körpern

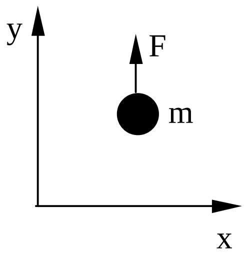
3.1



Welchen geometrischen Ort bilden alle Massenpunkte zur Zeit $t=t_1$, die zur Zeit t=0 mit der Geschwindigkeit v_0 unter verschiedenen Winkeln α zur Horizontalen von einem Punkt P aus abgeworfen werden? Alle Wurfbahnen liegen in einer Ebene und der Luftwiderstand sei vernachlässigbar.

Geg.: t_1, v_0, g

3.2



Ein Punktmasse m wird durch die Kraft F auf horizontaler Ebene reibungsfrei bewegt.

Geg.: m, $F = \hat{F}\cos\Omega t, \Omega$, AB.: t = 0: $x = 0, y = 0, \dot{x} = v_0, \dot{y} = 0$
Ges.: 1. Gleichung der Bahnkurve y = y(t) für die Punktmasse m

2. Skizze der dimensionslosen Bahnkurve $\dfrac{y}{\hat{F}/m\Omega^2} = f\left(\dfrac{\Omega x}{v_0}\right)$

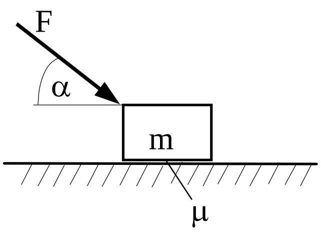
mit Angabe der Lage der Extremwerte

3.3

Ein Rütteltisch bewegt sich nach dem Gesetz $y = \hat{y}\sin\Omega t$. Auf dem Tisch liegt ein Körper der Masse m. Bei welcher Kreisfrequenz Ω hebt der Körper ab?

Geg.: $\hat{y} = 1\,mm$, $g = 9{,}81\,m/s^2$
Ges.: Ω

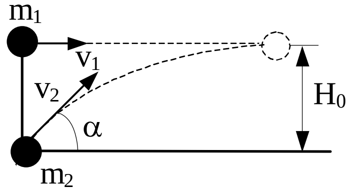
3.4



Ein Körper der Masse m liegt auf einer horizontalen rauhen Fläche.

Geg.: m = 100 *kg*, $\alpha = 30°$, $\mu = 0{,}25$
Ges.: Welche Kraft F gibt dem Körper eine Beschleunigung von $a = 30\,cm/s^2$ nach rechts?

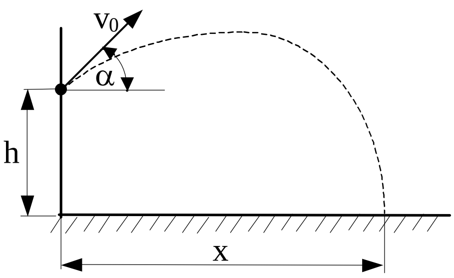
3.5



Eine Punktmasse m_1 fliegt mit konstanter Geschwindigkeit v_1 horizontal in der Höhe H_0. Eine Punktmasse m_2 wird mit der Geschwindigkeit v_2 unter dem Winkel α in dem Augenblick abgeschossen, in dem m_1 genau über m_2 ist. Die Punktmasse m_2 soll die Punktmasse m_1 treffen. Der Luftwiderstand soll vernachlässigt werden.

Geg.: $v_1 = 600\,km/h$, $H_0 = 1000\,m$, $\alpha = 60°$, $g = 9{,}81\,m/s^2$
Ges.: 1. Notwendige Geschwindigkeit v_2
2. Zeit t_1 für das Zusammentreffen.

3.6

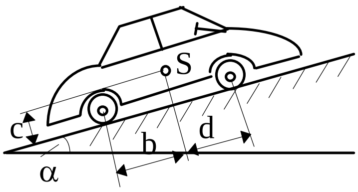


Eine Punktmasse wird von der Höhe h aus mit der Geschwindigkeit v_0 unter einem Winkel α abgeworfen.

Geg.: v_0, h, Erdbeschleunigung g
Ges.: 1. α so, daß die Wurfweite x maximal wird
2. Größe von x_{max}
3. x_{max} und α für die Zahlenwerte: $v_0 = 10$ *m/s*, h = 2 *m*, g = 9,81 *m/s²* (Kugelstoßen)

3.7
Ein Radfahrer erreicht auf einem Berg mit 14% Steigung beim Herabrollen die konstante Geschwindigkeit v_0. Die Gesamtmasse von Fahrrad und Fahrer ist m. Unter Vernachlässigung des Rollwiderstandes und Annahme eines Luftwiderstandes, der quadratisch von der Geschwindigkeit abhängt $[F_W = -kv^2\,\mathrm{sgn}(v)]$, ist die Geschwindigkeit zu berechnen, die erreicht wird, wenn der Radfahrer eine 8 % Steigung hinabrollt.
Geg.: $v_0 = 60$ *km/h*, m = 90 *kg*

3.8

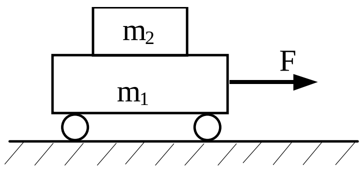


Man bestimme die maximal mögliche Beschleunigung eines am Berg bzw. auf waagerechter Ebene anfahrenden Fahrzeuges.

Geg.: Schwerpunktlage d=b=2c,Reibwert (Reifen-Straße) μ_0=0,5
Neigung: $\tan \alpha_1 = 0$, $\tan \alpha_2 = 0{,}2$
Ges.: Maximal mögliche Beschleunigung für
1. Frontantrieb,
2. Heckantrieb
3. Allradantrieb

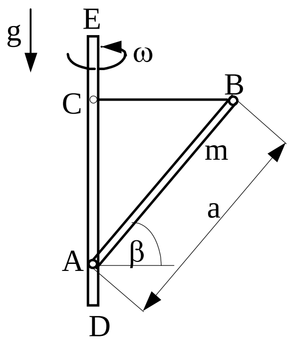
***Hinweis*:** Man betrachte das ganze Fahrzeug als starren Körper und man vernachlässige Roll- und Luftwiderstand des Fahrzeuges sowie die Drehträgheit der Räder.

3.9



Bei der Beschleunigung eines Wagens kann es zum Rutschen der Last kommen.
Geg.: $m_1 = 600$ *kg*, $m_2 = 100$ *kg*, g = 9,81 *m/s²*, $\mu_0 = 0{,}25$
$\mu = 0{,}15$ (Haft- bzw. Gleitreibungszahl)
Ges.: 1. Beschleunigung des Wagens (m_1) und der Ladung (m_2), wenn die Kraft F = 2000 *N* beträgt.
2. Welchen Wert F* darf F höchstens annehmen, ohne daß die Ladung gleitet?

3.10



Ein schlanker homogener Stab AB ist in A mit einer vertikalen Achse DE gelenkig verbunden und wird durch ein Seil CB in seiner Position gehalten. Das System rotiert mit der konstanten Winkel-geschwindigkeit ω um die Achse DE.

Geg.: a = 2,5 *m*, m = 20 *kg*, ω = 15 1/*s*, β = 60°
Ges.: Ermitteln Sie die Seilkraft im Seil CB

3.11

Ein Flugzeug führt einen senkrechten Sturzflug aus und erreicht dabei die Geschwindigkeit v. Beim Herausziehen des Flugzeuges aus der Vertikallage beschreibt es einen Kreisbogen vom Radius r. Wie groß ist bei konstant bleibender Geschwindigkeit die Höchstkraft, die den Flugzeugführer der Masse m auf den Sitz drückt?

Geg.: v = 1000 *km/h*, r = 600 *m*, m = 80 *kg*

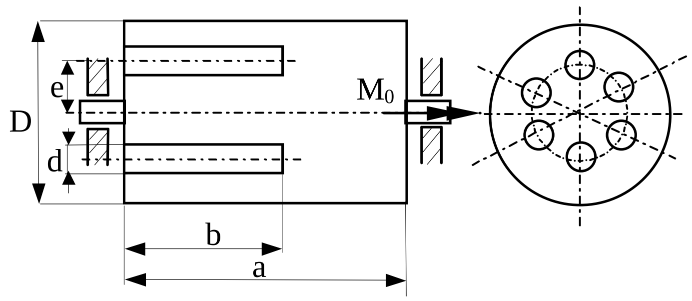
3.12

Die Lastwinde von Aufgabe 2.1 erreicht bei konstanter Beschleunigung in t_1 Sekunden die Hubgeschwindigkeit v_1. Die Windentrommel hat die Masse m_{Tr} und den Durchmesser D. Für die Berechnung des Trägheitsmomentes kann mit der Annahme eines dünnen Ringes gearbeitet werden. Zur Berücksichtigung der Trommelnabe und der Arme setze man $J_{Tv} = 0{,}9 J_R$. Die Last hat die Masse m_L.

Geg.: $t_1 = 2\ s$, $v_1 = 45\ m/min$, $D = 450\ mm$, $m_{Tr} = 200\ kg$, $m_L = 3\ t$, $g = 9{,}81\ m/s^2$

Ges.: Unter Vernachlässigung der Masse des Getriebes sind zu berechnen:
1. Maximales an der Motorwelle auftretendes Drehmoment
2. Drehmoment während des Hubes mit konstanter Lastgeschwindigkeit

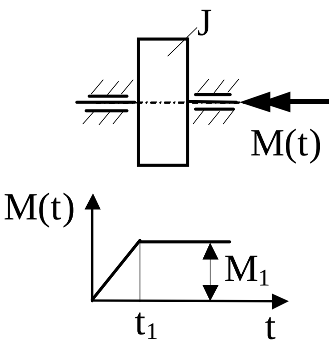
3.13



An der Welle des Rotors einer Axialkolbenpumpe mit den gegebenen Abmessungen greift ein konstantes Moment M_0 an. Wie groß muß M_0 sein, damit der Rotor aus dem Ruhezustand nach t_1 Sekunden eine Winkelgeschwindigkeit ω_1 erreicht? Welche Drehzahl n_1 wird nach t_1 Sekunden erreicht?

Geg.: a = 20 *cm*, b = 15 *cm*, D = 12 *cm*, d = 2,5 *cm*, e = 3,5 *cm*, $\rho = 7{,}5\ g/cm^3$,
$\omega_1 = 30\ s^{-1}$, $t_1 = 2\ s$
Ges.: M_0, n_1

3.14

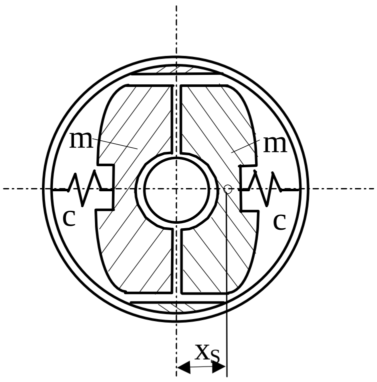


Ein Rotor wird durch das Drehmoment M(t) (siehe grafische Darstellung) angetrieben. Zur Zeit $t = 0$ steht der Rotor still.

Geg: M_1, t_1, J

Ges.: Drehzahl n_2 zur Zeit $t_2 = 2\,t_1$

3.15

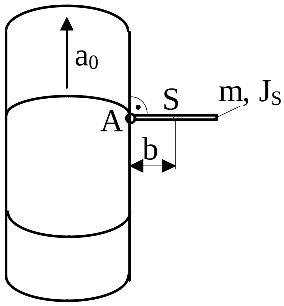


Die radial geführten Fliehkörper eines Reglers werden bei Steigerung der Drehzahl um die zur Zeichenebene senkrechte Achse gegen die Federn gedrückt. Der Schwerpunktsabstand der Fliehkörper von der Drehachse beträgt im Stillstand x_{S0}, wobei die Federn mit der Kraft F_0 vorgespannt sind.

Geg.: $x_{S0} = 40\ mm$, $F_0 = 40\ N$, $m = 2{,}5\ kg$, $c = 90\ N/cm$

Ges.: 1. Bei welcher Drehzahl beginnt der Regler zu arbeiten?
2. Wie groß ist der Schwerpunktsabstand x_S bei $n_1 = 250\ min^{-1}$, $n_2 = 355\ min^{-1}$ und $n_3 = 450\ min^{-1}$?
3. Die Funktion $x_S = x_S(n)$ ist grafisch darzustellen.

3.16

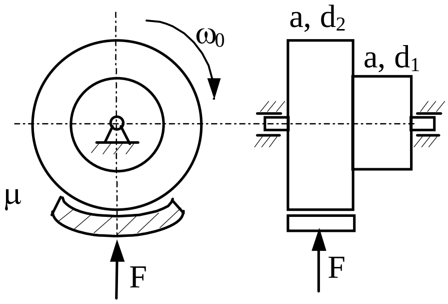


Die Tür eines Fahrzeuges steht offen. Der Schwerpunkt S der Tür hat den Abstand b von den reibungsfreien Angeln A.

Geg.: m, J_S, b, a_0

Ges.: Mit welcher Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi} = \omega$ fällt die Tür ins Schloß, wenn das Fahrzeug mit der konstanten Beschleunigung a_0 anfährt?

3.17

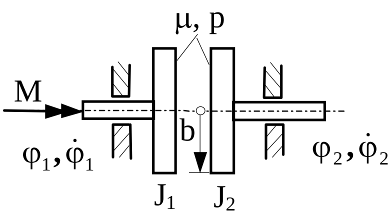


Eine abgesetzte Welle rotiere zur Zeit $t = 0$ mit der Winkelgeschwindigkeit ω_0. Während der Zeitdauer von $t = 0$ bis $t = t_1$ soll die Welle durch die konstante Kraft F bis zur Ruhe abgebremst werden.

Geg.: ω_0, t_1, ρ, a, d_1, d_2, μ

Ges.: F

3.18



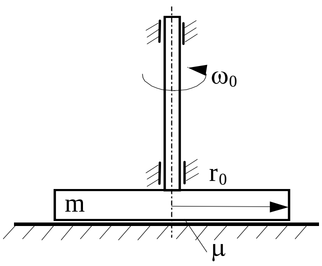
Eine Reibkupplung, die das Moment M übertragen soll, besteht aus zwei Scheiben (J_1, J_2) mit dem Durchmesser 2b, die zur Zeit $t = 0$ mit dem Druck p gegeneinandergepreßt werden. Zur gleichen Zeit gilt $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_{10}, \varphi_1 = 0, \dot{\varphi}_2 = 0, \varphi_2 = 0$

Geg.: $M = 100\ Nm$, $J_1 = 0{,}3\ kgm^2$, $J_2 = 3\ kgm^2$, $b = 10\ cm$,

$p = 20\ N/cm^2$, $\mu = 0{,}3$; $\dot{\varphi}_{10} = 300\, s^{-1}$

Ges.: 1. Zeit t_k, nach der kein Rutschen der Scheiben gegeneinander mehr stattfindet (Kuppelzeit)
2. Verläufe von $\ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \varphi_1, \varphi_2$ während des Kuppelns (Skizze)
3. Welcher Beziehung muß p genügen, damit Kuppeln möglich ist?
4. Energieverlust beim Kuppeln.

3.19

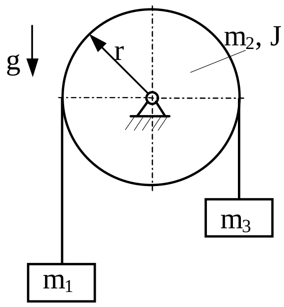


Eine mit der Winkelgeschwindigkeit ω_0 um die vertikale Achse rotierende Kreisscheibe wird auf eine rauhe horizontale Ebene aufgesetzt.

Geg.: ω_0, m, r_0, μ, g

Ges.: 1. Nach welcher Zeit T kommt die Scheibe zur Ruhe, wenn die Flächenpressung als konstant angenommen wird?
2. Wieviel Umdrehungen führt sie dabei aus?

3.20

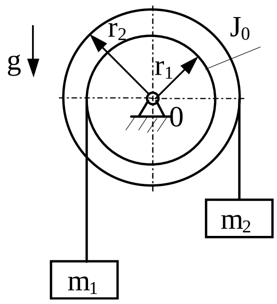


Für das gegebene System ist die Beschleunigung des Massenpunktes m_1 zu bestimmen.

Geg.: m_1, m_2, J, m_3, r, Erdbeschleunigung g

Ges.: Man stelle die Bewegungsgleichungen
1. nach d'Alembert
2. nach Lagrange 2.Art auf.

3.21

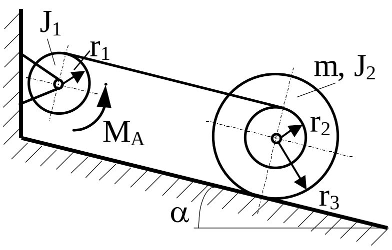


Gegeben ist eine bei 0 drehbar gelagerte Doppelscheibe. Auf sie sind masselose dehnstarre Seile gewickelt, die an ihren freien Enden die Massen m_1 und m_2 tragen. Man bestimme die Beschleunigung dieser Massen, wenn die Arretierung gelöst wird.

Geg.: m_1, m_2, J_0, r_1, r_2, g

Ges.: Beschleunigungen der Massen

3.22

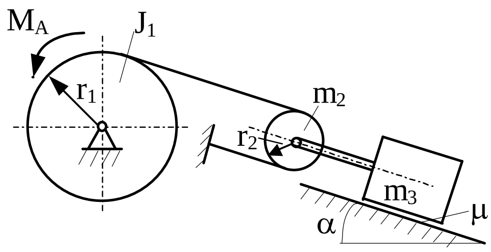


Eine Rolle wird von einer Winde auf einer schiefen Ebene hochgezogen. Sie bewegt sich rollend, ohne zu gleiten, aus der Ruhe heraus.

Geg.: J_1, J_2, m, g, $r_1 = r_2$, r_3, α

Ges.: 1. Kleinstes Antriebsmoment M_{Amin} für die Aufwärtsbewegung
2. Weg s = s(t) und Geschwindigkeit $\dot{s} = \dot{s}(s)$ des Rollenmittelpunktes, wenn $M_A = 2M_{Amin}$

3.23

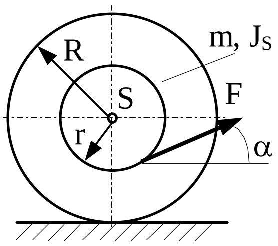


Eine Födereinrichtung wird durch einen Motor mit konstantem Antriebsmoment angetrieben. Zwischen Behälter (m_3) und schiefer Ebene tritt Reibung auf. Die Massen des Seiles und der starren Verbindung von m_3 und der losen Rolle seien vernachlässigbar klein.

Geg.: M_A, m_3, m_2, J_1, $J_2 = \frac{1}{2} m_2 r_2^2$, r_1, r_2, g, μ, α

Ges.: $a(t)$, $v(t)$, $s(t)$ der Masse m_3 für die Anfangsbedingungen: $t = 0$: $s = 0$, $v = 0$

3.24

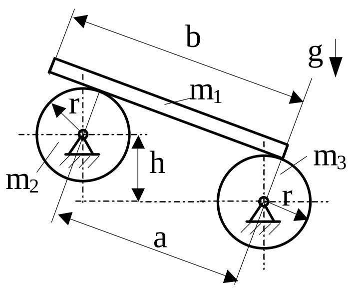


Eine Schnurrolle der Masse m wird mit konstanter Kraft F über einen Faden, der den Winkel α zur Horizontalen bildet, gezogen.

Geg.: R, r, F, α, m, J_S

Ges.: Wie groß ist die Beschleunigung der Rolle, wenn reines Rollen vorausgesetzt wird? (Man überprüfe qualitativ die Ergebnisse an einem selbstgefertigten Modell!)

3.25



Ein homogenes dünnes prismatisches Brett rollt über zwei reibungsfrei gelagerte homogene Vollwalzen. Zu Beginn der Bewegung liegt das Brett ohne Anfangsgeschwindigkeit gerade rechts auf.

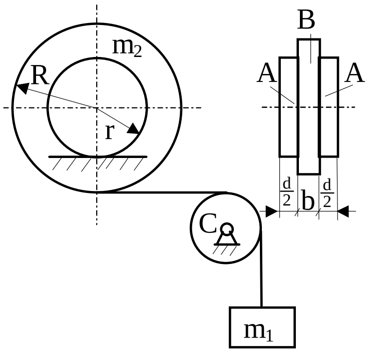
Geg.: b, a, h, $\left(\frac{b}{2} < a < l\right)$, r, m_1, m_2, m_3, g, reines Rollen

Ges.: 1. Geschwindigkeit v_E und Zeit t_E, wenn das linke Ende des Brettes über die linke Rolle läuft ($m_3 = m_2 = m$).

2. Bewegungsgleichungen nach a.) d'Alembert

b.) Lagrange 2. Art

3.26

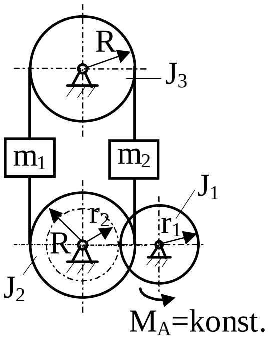


Homogene Scheiben A, B, die konzentrisch fest miteinander verbunden sind, rollen ohne zu gleiten auf einer waagerechten Unterlage. Auf den Körper B ist ein biegeschlaffes, undehnbares Seil aufgewickelt. Die masselose Rolle C ist reibungsfrei gelagert.

Geg.: m_1, m_2, R, r, d, b, g

Ges.: Beschleunigung der Masse m_1

3.27

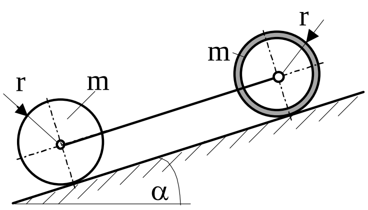


Ein Aufzug nach Skizze wird durch ein konstantes Motordrehmoment angetrieben. Wie groß ist die Beschleunigung a der Massen m_1 und m_2?

Geg.: M_A, J_1, J_2, J_3, R, r_1, r_2, m_1, m_2, g

Ges.: Beschleunigung a

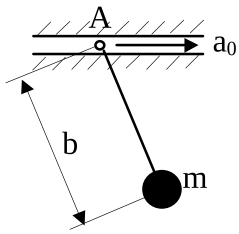
3.28



Das skizzierte System (dünnwandiger Hohlzylinder und homogener Vollzylinder, durch masselosen starren Stab gekoppelt) rollt eine schiefe Ebene hinunter. Es wird reines Rollen vorausgesetzt.

Geg.: m, r, α, g
Ges.: 1. Beschleunigung des Systems
2. Stabkraft F_S

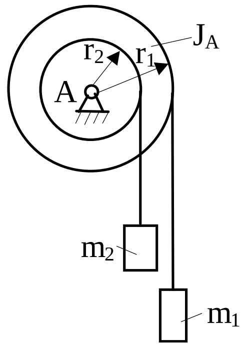
3.29



Der Aufhängepunkt A eines mathematischen Pendels bewegt sich mit der konstanten Beschleunigung a_0 nach rechts.

Geg.: m, b, a_0
Ges.: 1. Die Bewegungsgleichung des Systems
2. Die Kraft im masselosen Stab F_S

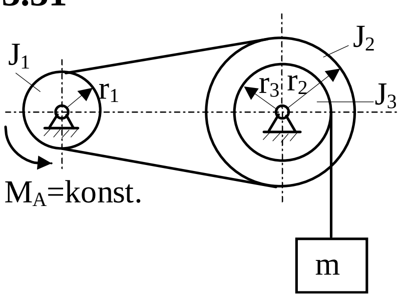
3.30



An einer abgesetzten Rolle ist über zwei masselose, dehnstarre Seile jeweils eine Masse befestigt. Die Rolle ist in A reibungsfrei drehbar gelagert.

Geg.: m_1, m_2, J_A, r_1, r_2
Ges.: 1. Winkelbeschleunigung $\ddot{\varphi}$ der Rolle
2. Seilkräfte in den Seilen
3. Wie groß muß das Massenträgheitsmoment J_A der Rolle mindestens sein, damit beim Abwickeln keines der Seile schlaff wird?

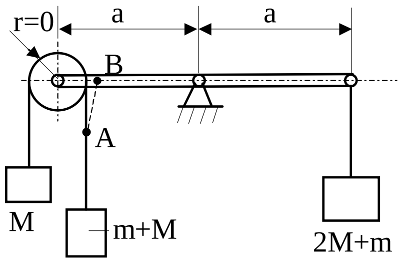
3.31



Die Masse m wird mittels einer Winde gehoben. Die Bewegung erfolgt reibungsfrei aus der Ruhe heraus.

Geg.: m, J_1, J_2, J_3, g, r_1, r_2, r_3
Ges.: 1. Kleinstes Antriebsmoment M_{Amin}, das zum Heben der Last erforderlich ist
2. Weg $s = s(t)$ der Masse m, falls $M_A = 2M_{Amin}$
3. Geschwindigkeit $v = v(s)$ der Masse m, falls $M_A = 2M_{Amin}$

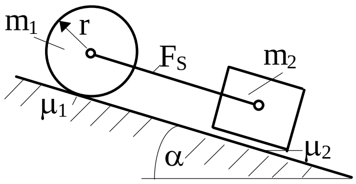
3.32



Der Faden AB verhindert in einem ausbalancierten Waagebalken die Bewegung. Rolle, Waagebalken und Seil seien masselos, das Seil biegeschlaff. Es ist keine Reibung vorhanden.

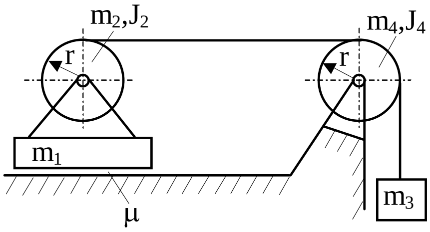
Geg.: M, m, a, g
Ges.: Nach Durchtrennen des Fadens:
1. Beschleunigungen der drei Massen
2. Seilkräfte
3. Winkelbeschleunigung des Waagebalkens

3.33



Ein Zylinder der Masse m_1 ist durch eine masselose Stange an den Quader m_2 gekoppelt.
Geg.: m_1, m_2, r, μ_1, μ_2, α, g
Ges.: Beschleunigung des Systems und die Stabkraft F_S für
1. reines Rollen des Zylinders
2. Rollen und Gleiten des Zylinders

3.34

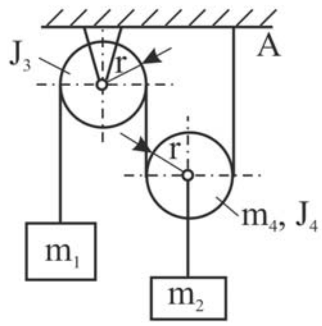


Ein Seil, das um eine homogene Kreisscheibe der Masse m_2 gewickelt und über eine Rolle der Masse m_4 geführt wird, trägt ein Gewicht der Masse m_3. Die Rollen sind reibungsfrei gelagert. Die Lagerung mit der Masse m_1 kann gleiten.

Geg.: $m_1 = m_2 = m_3 = m_4 = m$, $J_2 = J_4 = \frac{1}{2} mr^2$, r, μ=0,05, g

Ges.: Beschleunigungen der Massen m_1 und m_3

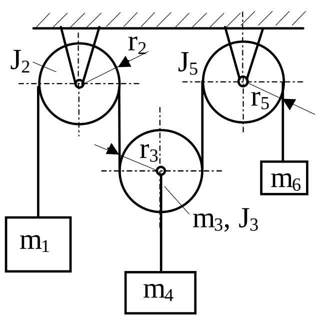
3.35



Ein bei A eingehängtes undehnbares Seil läuft reibungsfrei über eine lose Rolle und eine feste Rolle. Das Seil sei masselos. Am freien Ende des Seiles ist die Masse m_1, an der losen Rolle die Masse m_2 angebracht.

Geg.: m_1, m_2, J_3, m_4, J_4, r, g
Ges.: Beschleunigungen der Massen und Seilkräfte nach Lösen der Arretierung

3.36

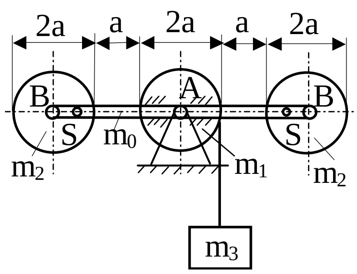


Für das gegebene System sind die Rollen reibungsfrei gelagert. Berechnen Sie für dieses System die Beschleunigung der Masse m_1!

Geg.: $m_1 = 2m$, $m_3 = m_4 = m_6 = m$, $r_2 = r_3 = r_5 = r$,

$$J_2 = J_3 = J_5 = J = \frac{mr^2}{2}, \quad g$$

3.37



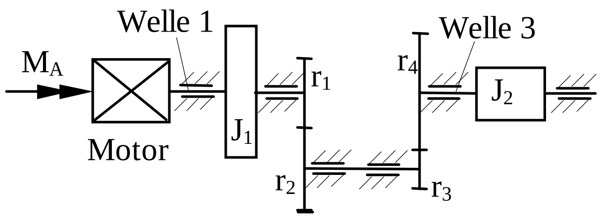
An einem Stab der Masse m_0, der in A reibungsfrei gelagert ist, sind drei homogene Scheiben konstanter Dicke befestigt. Auf der Scheibe 1 der Masse m_1, die mit dem Stab starr verbunden ist, ist ein biegeschlaffes Seil aufgewickelt, das am Ende die Masse m_3 trägt.

Geg.: a, m_0, m_1, m_2, m_3, g

Ges.: Beschleunigung der Masse m_3

1. wenn sich die beiden äußeren Scheiben reibungsfrei um B drehen können
2. wenn die beiden äußeren Scheiben durch einen Stift S mit dem Stab starr verbunden sind
3. Lösung mit den speziellen Werten: $m_0 = m_1 = m_2 = m_3 = m$, $g = 9{,}81\ m/s^2$

3.38



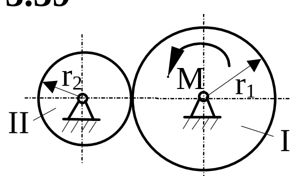
Der Motor einer Arbeitsmaschine entwickelt ein konstantes Antriebsmoment und soll die Welle 3 bis zur Zeit t_0 aus dem Stillstand auf die Drehzahl n_3 beschleunigen. Berechnen Sie die Motorleistung zur Zeit t_0.

Geg.: $r_1 = \frac{r_2}{2} = r_3 = \frac{r_4}{3}$, $n_3 = 100\ min^{-1}$, $t_0 = 10s$

$$J_1 = \frac{J_2}{2} = J = 100 kgm^2$$

Ges.: M_A, P_{max}

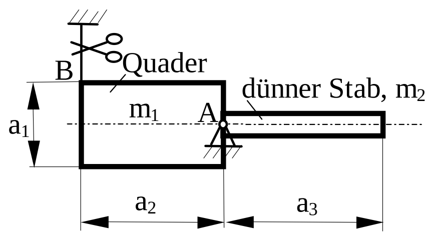
3.39



Zwei Zahnräder I und II stehen miteinander im Eingriff. Wie groß muß unter Vernachlässigung des mechanischen Wirkungsgrades das Antriebsmoment M sein, wenn zur Zeit t_1 das Zahnrad II die Drehzahl n_{II} erreicht haben soll?

Geg.: $\rho = 7{,}5\ gcm^{-3}$, Zahnbreite $b_1 = b_2 = 20\ cm$, $r_1 = 150\ mm$, $r_2 = 50 mm$
$t_1 = 10s$, $n_{II} = 1000\ min^{-1}$, AB: $t = 0$: $\varphi_{II} = 0$, $\omega_{II} = 0$.
Die Zahnräder sind als zylindrischer Körper zu idealisieren.

3.40

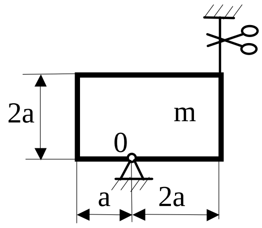


Für das dargestellte System ist die Auflagerkraft F_A unmittelbar nach dem Durchschneiden des Halteseiles B zu berechnen.

Geg.: m_1, m_2, a_1, a_2, a_3, g

Ges.: F_A (Resultierende)

3.41

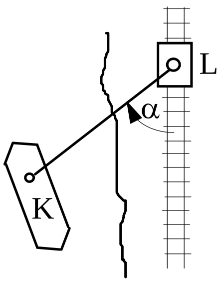


Für die dargestellte homogene Scheibe der Masse m ist die Auflagerkraft F_0 kurz nach Durchschneiden des Seiles gesucht.

Geg.: a, m, g
Ges.: F_0 (Resultierende)

4. Energiebeziehungen

4.1

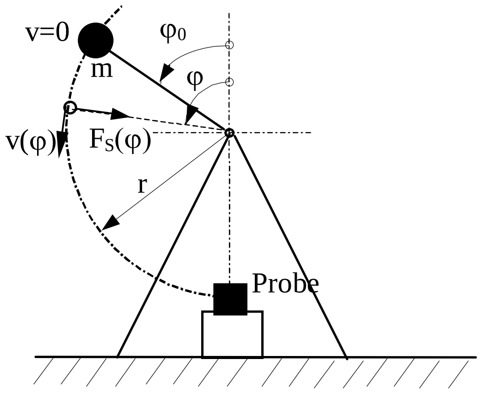


Ein Lastkahn K wird in einem Kanal von einer Lokomotive L getreidelt. Im Zugseil wirkt unter dem Winkel α die Kraft F_S.

Geg.: $\alpha = 30°$, $F_S = 10\ kN$, $s = 3\ km$, $v = 9\ kmh^{-1}$

Ges.: 1. Die Arbeit für den Weg s,
2. Die Zugleistung für eine Fahrgeschwindigkeit von v.

4.2

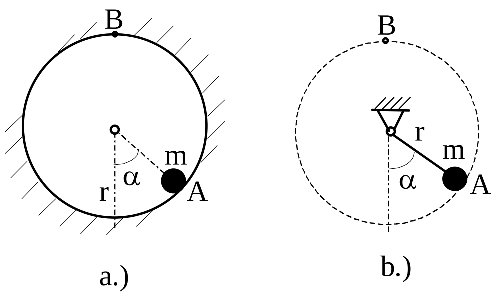


Bei einem Pendelschlagwerk zur Kerbschlagprüfung wird in der skizzierten Ruhelage die Arretierung des Hammers gelöst. Man bestimme unter Vernachlässigung der Stabmasse $v(\varphi)$ und $F_S(\varphi)$.

Geg.: $m = 20\ kg$, $r = 1\ m$, $\varphi_0 = 30°$, $g = 9{,}81\ ms^{-2}$

Ges.: $v(\varphi)$, $F_S(\varphi)$ sowie $v(\pi)$ und $F_S(\pi)$.

4.3



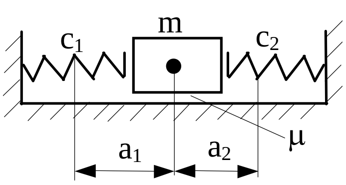
Welche Anfangsgeschwindigkeit v_0 muß eine Masse m mindestens haben, damit sie von der Anfangslage A aus die Lage B erreicht, wenn sie

a.) auf einer Kreisbahn reibungsfrei gleitet,

b.) durch einen starren masselosen Stab geführt wird?

Geg.: m, r, $\alpha = 60°$

4.4

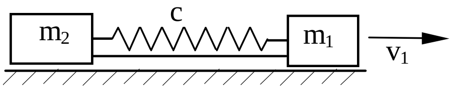


Eine Masse m bewegt sich zwischen zwei masselosen, in der statischen Ruhelage nicht vorgespannten Federn (reine Druckfedern) mit Reibung auf einer ebenen Unterlage. Sie wird zu Beginn um a_1 aus der statischen Ruhelage ausgelenkt.

Geg.: $c_1 = 2\ Ncm^{-1}$, $c_2 = 5\ Ncm^{-1}$, $a_1 = 10\ cm$, $\mu = 0{,}1$, $m = 2\ kg$
$g = 981\ cms^{-2}$

Ges.: 1. Geschwindigkeit v_1 der Masse, wenn beide Druckfedern das erste Mal ohne Spannung sind.
2. Maximale Zusammendrückung a_2 der Feder c_2.
3. Wie groß ist die maximale Zusammendrückung a_2^* der Feder c_2 unter Vernachlässigung der Reibung?

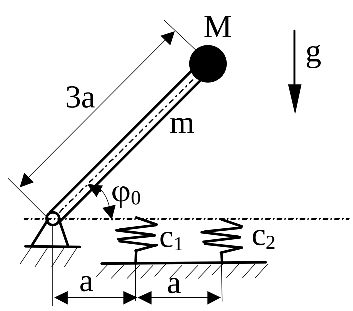
4.5



Zwischen zwei durch eine Arretierung verbundene Massenpunkte der Massen m_1 und m_2 wird eine Feder eingesetzt. Um welchen Betrag w muß die Feder zusammengedrückt sein, damit m_1 nach Lösen der Arretierung die Geschwindigkeit v_1 erhält? Wie groß ist dann v_2 der Masse m_2? Die Bewegungen verlaufen reibungsfrei.

Geg.: m_1, m_2, v_1, c

4.6



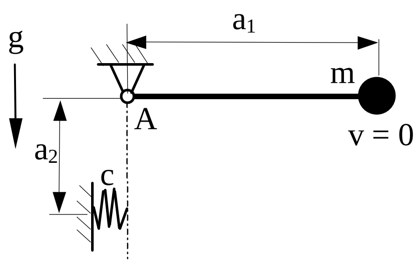
Ein gelenkig gelagerter homogener starrer Stab mit einer Punktmasse am Ende des Stabes fällt ohne Anfangsgeschwindigkeit von der Ausgangslage φ_0 auf zwei Federn.

Geg.: a, m, M, c_1, c_2, φ_0, Erdbeschleunigung g

Ges.: 1. Winkelgeschwindigkeit $\dot{\varphi}_1$ des Stabes beim Auftreffen auf die Federn (horizontale Lage).

2. Maximalwinkel φ_2, um den sich der Stab unter die Horizontale dreht (Voraussetzung: $\varphi_2 \ll \varphi_0$).

4.7



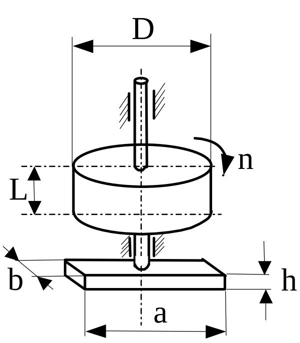
Ein in A drehbar gelagerter masseloser Balken trägt am Ende eine Punktmasse. Er schwingt aus der horizontalen Ruhelage nach unten und stößt auf eine Feder.

Geg.: m, a_1, a_2, c

Ges.: 1. Winkelgeschwindigkeit ω_1 des Pendels vor Aufprall auf die Feder.

2. Maximaler Federweg, wobei anzunehmen ist, daß bei zusammengedrückter Feder die Auslenkung φ gegenüber der vertikalen Lage klein ist.

4.8



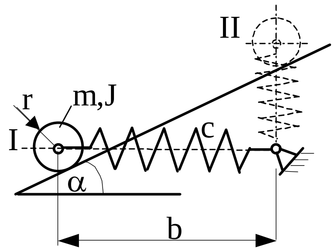
Um die Gefährlichkeit eines auslaufenden elektrischen Rasenmähers zu demonstrieren, soll die entsprechende Fallhöhe H eines Haushaltbeiles (Masse m_B) berechnet werden. Der Rasenmäher besteht aus einem Elektromotor mit senkrechter Welle, auf der direkt das Messer in Form eines Flachstahles sitzt. Der Anker soll als Eisenvollzylinder angenommen werden. Man nehme an, daß der abgeschaltete Motor im betrachteten Augenblick noch eine Drehzahl von n hat.

Geg.: D = 8 *cm*, L = 12 *cm*, a = 36 *cm*, b = 2 *cm*, h = 0.5 *cm*,

ρ_{Fe}= 7,86 gcm^{-3}, m_B= 500 *g*, n = 300 min^{-1}

Ges.: H

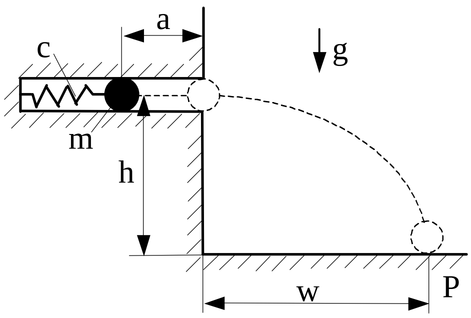
4.9



Unter der Wirkung einer Feder (c) bewegt sich eine Rolle (m,J,r) von der Lage I aus ohne Anfangsgeschwindigkeit auf einer schiefen Ebene.

Geg.: m, J, r, b, c, α, g, Länge der ungesp. Feder l_0
Ges.: 1. Geschwindigkeit der Rolle in II.
2. Federkonstante c* so, daß II gerade noch erreicht wird.
***Voraussetzung*:** Reines Rollen, Feder stets auf Zug beansprucht.

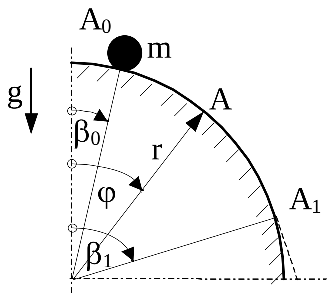
4.10



Um welche Strecke a muß die Feder eines Katapultes gespannt werden, wenn die Kugel nach Verlassen des Rohres den Punkt P auf der horizontalen Ebene erreichen soll?

Geg.: $c = 2\ Ncm^{-1}$, $m = 30\ g$, $h = 30\ cm$, $w = 200\ cm$
$g = 981\ cms^{-2}$
Ges.: 1. Strecke a
2. Wie groß ist die Geschwindigkeit v_0 der Kugel beim Verlassen des Rohres?

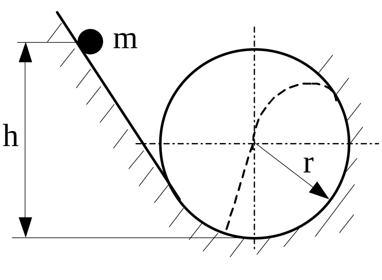
4.11



Ein Massenpunkt m bewegt sich reibungsfrei von A_0 aus mit einer Anfangsgeschwindigkeit v_0 auf einer Kreisbahn in der vertikalen Ebene. Wie groß ist die Geschwindigkeit $v(\varphi)$ auf der Bahn zwischen A_0 und A_1? Bei welchem Winkel β_1 hebt der Punkt von der Bahn ab?

Geg.: $r = 1m$, m, g, und a.) $v_0 = 0\ ms^{-1}$ mit $\beta_0 = 0°$ bzw. $\beta_0 = 15°$
b) $v_0 = 2\ ms^{-1}$ mit $\beta_0 = 0°$ bzw. $\beta_0 = 15°$
Ges.: $v(\varphi)$, β_1

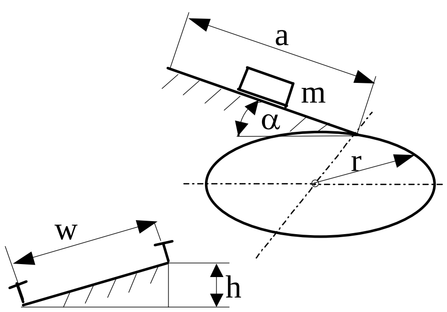
4.12



Aus welcher Höhe h muß eine Punktmasse m ohne Anfangsgeschwindigkeit gestartet werden, damit sie nach Ablösen von der Kreisbahn durch den Mittelpunkt des Kreises fällt? Die Bewegung auf der Bahn erfolgt reibungsfrei.

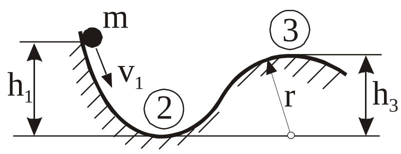
Geg.: r
Ges.: h

4.13



Ein Güterwagen der Masse m rollt reibungsfrei eine schiefe Ebene hinab und durchfährt anschließend eine Kurve vom Radius r in der horizontalen Ebene. Die Spurweite beträgt w.
Geg.: $m = 20\ t$, $a = 100\ m$, $r = 100\ m$, $w = 1{,}20\ m$, $\alpha = 5°$
Ges.: Welche Überhöhung h muß der Schienenstrang erhalten, damit die Schienen beim Durchfahren der Kurve keine seitlichen Kräfte aufnehmem?

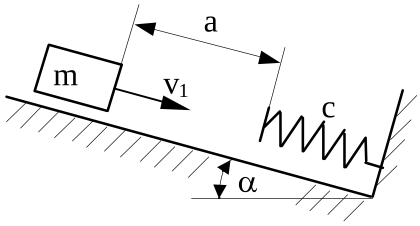
4.14



Eine Punktmasse m, die die Anfangsgeschwindigkeit v_1 hat, bewegt sich ohne Reibung längs der gezeichneten Bahn.

Geg.: $h_1 = 2\ m$, $h_3 = 1\ m$, $v_1 = 3\ ms^{-1}$, $g = 9{,}81\ ms^{-2}$
Ges.: 1. Geschwindigkeit v_2 an der Stelle 2
2. Radius r, damit sich die Punktmasse nicht von der Bahn löst.

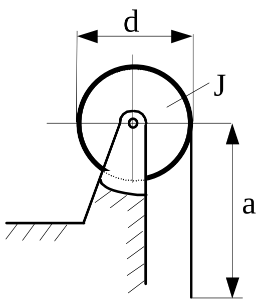
4.15



Eine Masse m trifft auf einen Puffer, der die Federsteifigkeit c besitzt. Wie groß ist die maximale Zusammendrückung der Feder, wenn die Bewegung reibungsfrei erfolgt?

Geg.: $m = 150\ kg$, $c = 1500\ Ncm^{-1}$, $a = 1\ m$, $v_1 = 3\ ms^{-1}$, $\alpha = 30°$

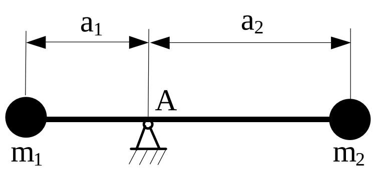
4.16



Auf eine Windentrommel mit dem Durchmesser d ist ein Seil der Länge a aufgewickelt. Die Einheitsmasse des Seiles beträgt q. Das Massenträgheitsmoment der Trommel ohne Seil beträgt J.

Geg.: d, a, q, J, g
Ges.: Drehzahl der Trommel, wenn das gesamte Seil im freien Fall von der Trommel rollt (ohne Reibung).

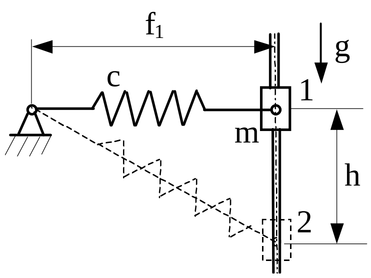
4.17



Ein zweiarmiger masseloser Hebel ist bei A drehbar gelagert und trägt an seinen Enden die Punktmassen m_1 und m_2. Der Hebel werde zunächst waagerecht gehalten und dann losgelassen. Wie groß ist die Geschwindigkeit v_2 der Masse m_2 beim Durchgang durch die senkrechte Lage?

Geg.: m_1, m_2, a_1, a_2, g
Ges.: v_2

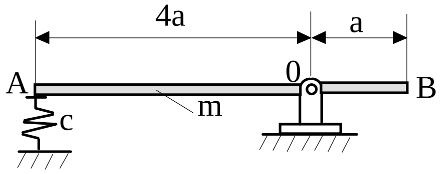
4.18



Ein Gleitstein (Masse m) bewegt sich reibungsfrei auf einer vertikalen Führung und ist mit einer Feder mit konstanter Federsteifigkeit c verbunden. Die Feder hat im entspannten Zustand die Länge f_0. Für den Bewegungsbeginn aus der Position 1 soll die Anfangsgeschwindigkeit $v_1 = 0$ angenommen werden.

Geg.: $m = 10\ kg$, $f_0 = 10\ cm$, $f_1 = 20\ cm$, $h = 15\ cm$, $c = 6\ Ncm^{-1}$
Ges.: Ermitteln Sie die Geschwindigkeit v_2 des Gleitsteines in Position 2!

4.19



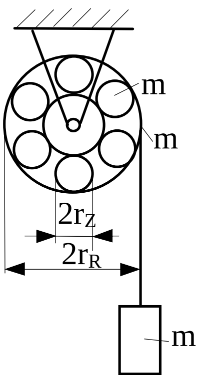
Ein schlanker homogener Stab der Länge 5a ist in 0 drehbar gelagert. In A ist der Stab auf einer Feder abgestützt. In der gezeichneten horizontalen Lage wird die Feder um b komprimiert und der Balken in dieser Lage gehalten.

Geg.: $a = 30\ cm$, $b = 3\ cm$, $c = 3600\ Ncm^{-1}$, $m = 15\ kg$
$g = 9{,}81\ ms^{-2}$

Ges.: 1. Ermitteln Sie die Winkelgeschwindigkeit des Balkens, nachdem man ihn aus der gezeichneten Lage befreit hat, für die vertikale Lage.
2. Wie groß sind in der vertikalen Lage die Lagerre-

aktionen in 0?

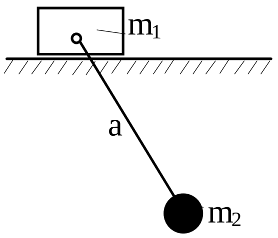
4.20



Ein Zylinderrollenlager besteht aus einem dünnwandigen Außenring (Masse m) und sechs homogenen Zylindern (jeweils Masse m). Auf dem Außenring ist ein masseloses dehnstarres Seil aufgewickelt, an dessen Ende ein Gewicht (Masse m) hängt.

Geg.: m, r_R, r_Z
Ges.: Die Beschleunigung des Gewichtes

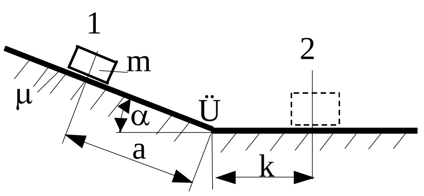
4.21



An der Masse m_1, die reibungsfrei gleitet, ist ein mathematisches Pendel der Masse m_2 befestigt.

Geg.: m_1, m_2, a
Ges.: Die Bewegungsgleichungen des Systems

4.22



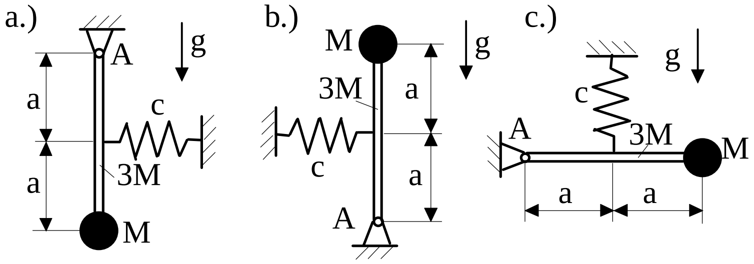
Eine Punktmasse m rutscht von der Stelle 1 aus ohne Anfangsgeschwindigkeit auf einer schiefen, anschließend auf einer horizontalen Ebene und kommt an der Stelle 2 wieder zur Ruhe.

Geg.: a, g, α, μ (Gleitreibungskoeffizient)
Ges.: 1. Entfernung k
2. Zeit t^* für den Bewegungsvorgang

Anleitung: Der Übergangsbogen Ü ist zu vernachlässigen (stoßfrei).

5. Schwingungen

5.1



statische Ruhelage der Schwinger a, b, c

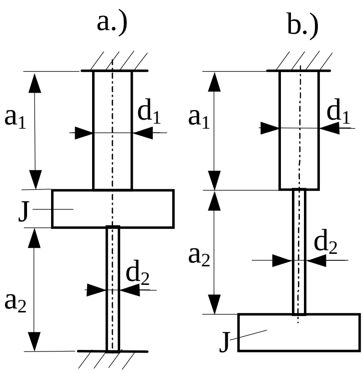
Ein homogener starrer Stab der Masse 3M mit einer Punktmasse M an seinem Ende führt Schwingungen kleiner Amplitude in der Ebene aus.

Geg.: M, c, a, g

Ges.: Man ermittle für die Fälle a, b und c

1. die Schwingungsdifferentialgleichung,
2. die Schwingungsdauer.

5.2



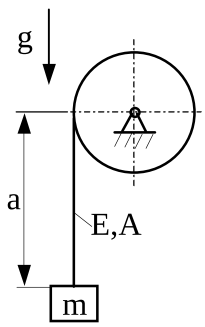
Zwei Wellen und eine Scheibe sind auf zwei verschiedene Arten kombiniert. Die Wellenmasse sei vernachlässigbar klein.

Geg.: a_1, a_2, d_1, d_2, J, Gleitmodul: G_1, G_2

Ges.: Man ermittle für die Systeme a und b

1. die Torsionseigenfrequenzen,
2. die Schwingungsdauer.

5.3



Ein Aufzug fährt mit konstanter Geschwindigkeit v abwärts. Plötzlich wird das Getriebe an der Seiltrommel bei der Seillänge a blockiert (Stillstand der Seiltrommel!).

Geg.: $a = 40\ m$, $m = 1\ t$, $E = 8 \cdot 10^6\ Ncm^{-2}$, $A = 2\ cm^2$, $v = 2\ ms^{-1}$, g, Seil sei masselos

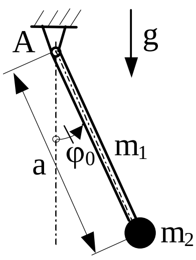
Ges.: Maximale Seilkraft F_{max}

***Anmerkung*:** Man löse die Aufgabe

a.) als harmonische Schwingung mit Anfangsbedingungen

b.) mit dem Energiesatz

5.4



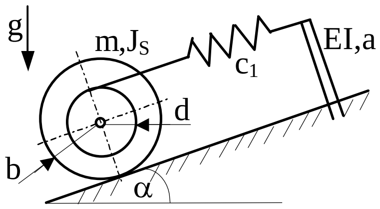
Ein physikalisches Pendel schwingt aus der Ausgangslage φ_0 ohne Anfangsgeschwindigkeit.

Geg.: φ_0, a, m_1, m_2, g

Ges.: 1. Lagerkraft $F_A = F_A(\varphi)$

2. Eigenkreisfrequenz ω_0 für kleine Ausschläge

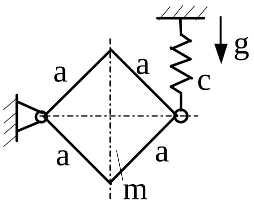
5.5



Gegeben ist eine schiefe Ebene, auf der sich eine Scheibe der Masse m rollend bewegen kann. Diese Scheibe ist durch ein masseloses starres Seil mit einem Federsystem verbunden, dessen Masse vernachlässigt wird. Dieses Federsystem besteht aus einer Schrauben- und einer Blattfeder. Die Scheibe wird angestoßen und beginnt zu schwingen.

Geg.: m, J_S, d, b, EI, a, c_1, α
Ges.: Schwingungsdauer T

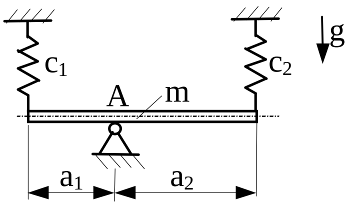
5.6



Gegeben ist das dargestellte schwingungsfähige System. Die homogene, quadratische Scheibe der Masse m hat die Kantenlänge a und eine konstante Dicke. Es ist die Schwingungsdauer für kleine Ausschläge zu bestimmen, wobei sämtliche Reibungseinflüsse zu vernachlässigen sind.

Geg.: m, a, c
Ges.: T

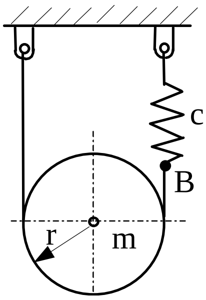
5.7



Ein homogener dünner Stab hängt an zwei Federn und ist in A reibungsfrei drehbar gelagert. Im Ruhezustand befindet sich der Stab in horizontaler Lage. Ermitteln Sie für kleine Ausschläge die Eigenkreisfrequenz, die Schwingungsdauer und die Eigenfrequenz des Systems.

Geg.: m, a_1, a_2, c_1, c_2
Ges.: ω_0, T, f_0

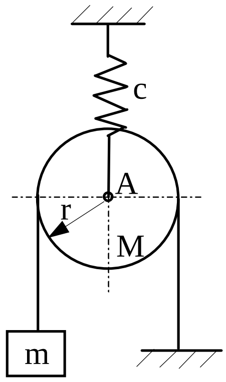
5.8



Eine homogene Scheibe (Masse m, Radius r) ist über ein dehnstarres, biege-
schlaffes Seil in gezeichneter Weise aufgehängt. Ein Ende des Seiles ist in B über eine Feder befestigt.

Geg.: m, c, r
Ges.: Eigenkreisfrequenz, Eigenfrequenz und Schwingungsdauer des Systems

5.9



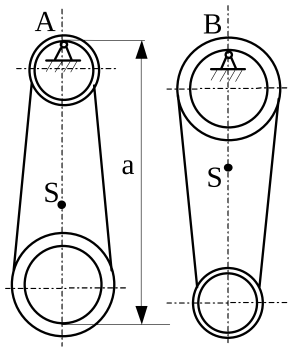
Eine homogene Kreisscheibe der Masse M hängt an einer Feder. Über die Scheibe ist ein dehnstarres Seil gelegt, welches an einem Ende befestigt ist und am anderen Ende die Masse m trägt.

Geg.: M, m, r, c, v_0

Ges.: 1. Die Bewegungsgleichung für die Masse m,

2. die Lösung der Bewegungsgleichung, wenn m aus der statischen Ruhelage durch einen Stoß (Anfangsgeschwindigkeit v_0) in Bewegung gesetzt wird.

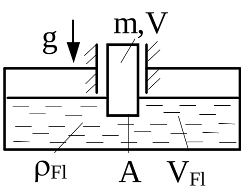
5.10



Bei einem Pleuel vom Gewicht mg werden die Schwingungsdauern T_a und T_b für die Aufhängungen in den Punkten A bzw. B gemessen.

Geg.: m, g, a, T_a, T_b
Ges.: 1. Lage des Schwerpunktes S,
2. das Trägheitsmoment J_S.

5.11



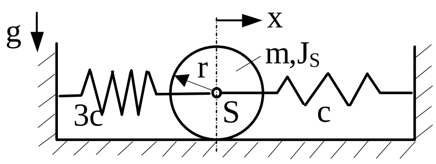
Ein vertikal reibungsfrei geführter Zylinder mit der Masse m und der Grundfläche A taucht in eine Flüssigkeit mit der Dichte ρ_{Fl} ein.

Geg.: m, A, g, ρ_{Fl} ($\rho_{Fl} > \frac{m}{V}$, $V_{Fl} >> V$)

Ges.: 1. Schwingungsdifferentialgleichung für die vertikalen Schwingungen des Körpers in der Flüssigkeit
a.) nach d'Alembert
b.) nach Lagrange 2. Art
2. Schwingungsdauer T

***Anmerkung*:** Vernachlässigung von Reib- und Strömungswiderständen

5.12



Das Schwingungssystem wird aus der statischen Ruhelage um x_0 ausgelenkt.

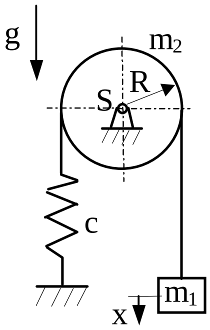
Geg.: m, c, r, g, $J_S = \frac{mr^2}{2}$, reines Rollen

AB: t = 0: $x = x_0$, $\dot{x} = 0$

Zahlenwerte: m=1 *kg*, c= 6 Ncm^{-1}, r =10 *cm*, x_0 =1*cm*

Ges.: 1. Schwingungsdauer T
2. maximale Geschwindigkeit $\dot{x}_{max}$
3. maximale Beschleunigung $\ddot{x}_{max}$

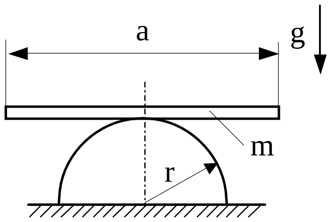
5.13



Über einen reibungsfrei gelagerten homogenen Vollzylinder (Masse m_2, Radius R) läuft ein masseloses, biegsames, dehnstarres Seil ohne Schlupf, das rechts eine Masse m_1 trägt und links über eine Feder (Konstante c) mit dem Boden verbunden ist.

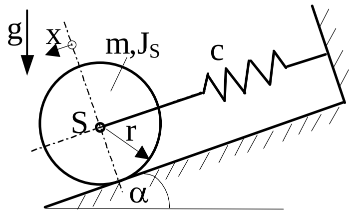
Geg.: c, m_1, m_2, R, g
Ges.: 1. Eigenkreisfrequenz, Eigenfrequenz, Schwingungsdauer
2. x(t) für die Anfangsbedingungen t = 0: $x = x_0$, $\dot{x} = v_0$

5.14



Ein dünner homogener Stab führt Pendelschwingungen auf der Kreisscheibe aus.
Geg.: r, a, m, g
Ges.: Schwingungsdauer T für kleine Ausschläge

5.15



Das Schwingungssystem wird aus der statischen Ruhelage um x_0 ausgelenkt und losgelassen.

Geg.: m, $J_S = \frac{mr^2}{2}$, r, g, α, reines Rollen

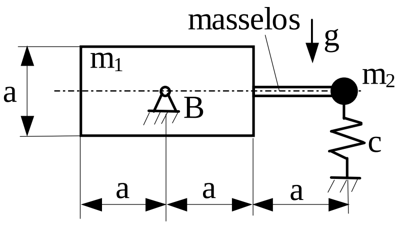
AB: $t = 0$: $x = x_0$, $\dot{x} = 0$

Zahlenwerte: m=10 *kg*, c=15 *Ncm*$^{-1}$, r=10 *cm*, x_0=1 *cm*,

α= 30°

Ges.: 1. Schwingungsdauer T
2. maximale Geschwindigkeit $\dot{x}_{\mathbf{max}}$
3. maximale Beschleunigung $\ddot{x}_{\mathbf{max}}$

5.16

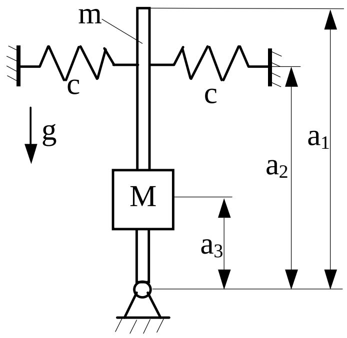


Der skizzierte Schwinger ist in B gelenkig gelagert. Er besteht aus einem homogenen Quader der Masse m_1, einem masselosen Stab, einer Punktmasse m_2 und einer Feder mit der Federkonstanten c.

Geg.: a, m_1, m_2, c, g

Ges.: Für kleine Ausschläge
1. Schwingungs-Dgl. nach d'Alembert
2. Schwingungs-Dgl. nach Lagrange 2. Art
3. Schwingungsdauer T

5.17

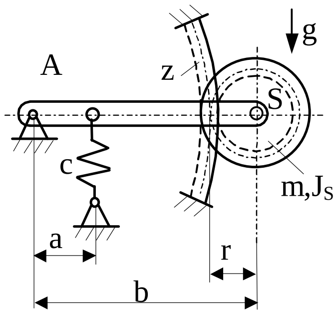


Für das gegebene Schwingungssystem ist die Schwingungsdauer für kleine Schwingungsausschläge gesucht.

Geg.: m, M, a_1, a_2, a_3, c, g

Ges.: T

5.18

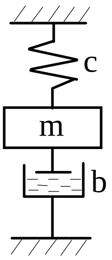


Ein Schwingungssystem (die gezeichnete Lage ist die Ruhelage) besteht aus einem masselosen Stab AS, einer masselosen Feder mit der Steifigkeit c und einem Zahnrad (Masse m, Trägheitsmoment J_S), das in der Schwereachse S drehbar am Stab befestigt ist und im Zahnsegment z kämmt. Alle Lager sind frei von Reibung.

Geg.: m, b, c, g, $r = \frac{1}{4}b$, $a = \frac{1}{2}b$, $J_S = \frac{2}{5}mr^2$

Ges.: Schwingungsdauer für kleine Ausschläge, wenn
a.) das Zahnrad im Zahnsegment z kämmt,
b.) z nicht vorhanden ist.

5.19



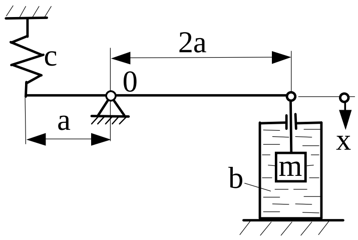
Das gegebene System, bestehend aus Feder, Masse und Dämpfer, führt schwach gedämpfte Schwingungen aus.

Geg.: $m = 1000\text{kg}$, $c = 1{,}6 \cdot 10^5 \text{Ncm}^{-1}$, $b = 23{,}5 \text{Nscm}^{-1}$

Ges.: 1. Nach welcher Zeit ist die Amplitude einer freien Schwingung auf 10% des Anfangswertes abgeklungen?

2. Wieviel Schwingungen werden in dieser Zeit ausgeführt?

5.20



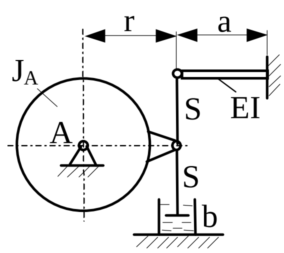
An den Enden eines bei 0 reibungsfrei drehbar gelagerten masselosen Hebels sind eine Feder bzw. eine Masse m angebracht. Die Masse taucht vollständig in einen Flüssigkeitsbehälter ein. In der gezeichneten horizontalen Lage des Hebels herrsche Gleichgewicht.

Geg.: $m = 10\text{kg}$, $c = 100\text{Ncm}^{-1}$, $b = 1\text{Nscm}^{-1}$, $g = 9{,}81\text{ms}^{-2}$

Ges.: Man bestimme bei Annahme kleiner Ausschläge

1. die Bewegung x(t) der Masse für die Anfangsbedingungen $t = 0$: $x = x_0$, $v = 0$,
2. die Schwingungsdauer T des Systems.

5.21



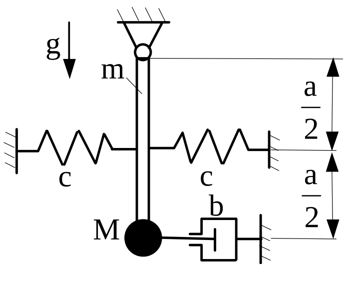
Geg.: J_A, r, b, EI, a

Ges.: 1. ω für kleine Ausschläge des Rotationskörpers um A

2. Schwingungsdauer T

Hinweis: A ist der Schwerpunkt des Körpers, die Massen der Blattfeder und der starren Stäbe S seien vernachlässigbar.

5.22



Am Ende eines starren Stabes der Masse m und der Länge a ist eine Punktmasse M befestigt. Die Schwingungen des Systems werden durch einen geschwindigkeitsproportionalen Dämpfer gedämpft. In Stabmitte sind zwei Federn angebracht.

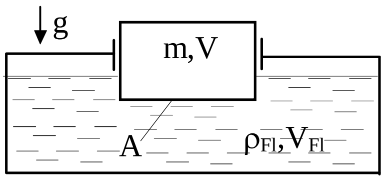
Geg.: a, m, M, c, b, g, v_0

Ges.: Es sind für kleine Ausschläge zu bestimmen:

1. Schwingungsdauer,
2. Maximalausschlag für die Anfangsbedingungen $t = 0$:

$$\varphi = 0,\ \dot{\varphi} = \frac{v_0}{a}\ .$$

5.23



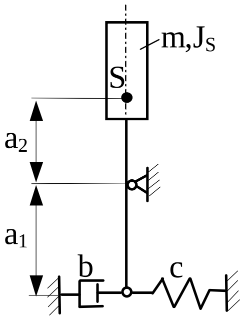
Ein vertikal reibungsfrei geführter Zylinder der Masse m und der Grundfläche A taucht in eine Flüssigkeit mit der Dichte ρ_{Fl} ein. Aus einem Ausschwingversuch wird die Schwingungszeit T gemessen.

Geg.: m, A, ρ_{Fl}, g, T, **(**$\rho_{Fl} > \frac{m}{V}$**,** $V_{Fl} >> V$**)**

***Anmerkung*:** Vernachlässigung von Reib- und Strömungswiderständen.

Ges.: 1. Schwingungsdifferentialgleichung für die vertikalen Schwingungen des Körpers in der Flüssigkeit
2. Man bestimme den Dämpfungsgrad ϑ.

5.24

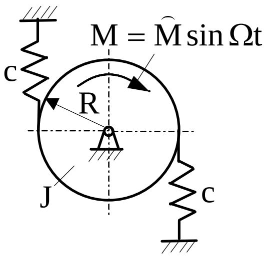


Für den skizzierten Schwinger ist die Dämpfungskonstante b für kleine Schwingungen und einen „optimalen“ Dämpfungsgrad ϑ = 0,7 zu bestimmen.

Geg.: c = 100 Ncm^{-1}, m = 1 *kg*, J_S = 100 $kgcm^2$, a_1 = 15 *cm*, a_2 = 12 *cm*, g = 9,81 ms^{-2}, ϑ = 0,7

Ges.: b

5.25



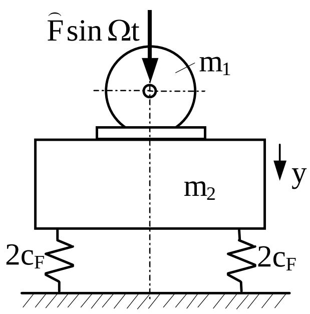
Ein Schwingungssystem wird durch das Erregermoment M außerhalb der Resonanz zu Schwingungen kleiner Amplituden angeregt.

Geg.: $\hat{M}$**,** c**,** R**,** $\eta = \frac{\Omega}{\omega_0}$

Ges.: Maximalausschlag φ_{max} für den stationären Betrieb bei
a.) η = 0,5
b.) $\eta = \sqrt{2}$

Zahlenwerte: $\hat{M} = 10\,Ncm$, $c = 10\,\frac{N}{cm}$, $R = 10\,cm$

5.26

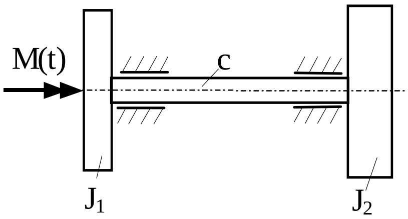


Eine Maschine der Masse m_1 gibt eine in y-Richtung wirkende Erregerkraft $\hat{F}\sin\Omega t$ an das Fundament ab. Das Fundament ist gegen den starren Boden elastisch gelagert.

Geg.: m_1 = 2000 *kg*, $\hat{F}$ = 1000 *N*, Betriebsdrehzahl n = 3000 min^{-1}

Ges.: m_2 und c = $4c_F$ so, daß nur 3% der Unwuchtkraft auf den Boden übertragen werden und die Schwingungsamplitude nicht mehr als 2 μm beträgt.

5.27

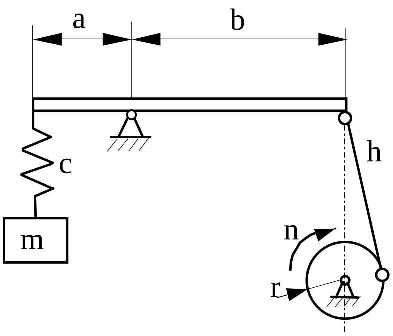


Ein schwingungsfähiges System besteht aus zwei starren Scheiben und einer Torsionsfeder. Auf Scheibe 1 wirkt ein harmonisches Torsionsmoment $M(t) = \hat{M}\sin\Omega t$.

Geg.: Trägheitsmomente J_1, J_2, Drehfederkonstante c

Ges.:
1. Man stelle die Bewegungsgleichungen auf.
2. Man ermittle die absoluten Amplituden der einzelnen Scheiben sowie die relative Amplitude im stationären Betrieb.
3. Man bestimme die Eigenfrequenz des Systems.
4. Man skizziere die Resonanzkurve für die Relativ- amplitude in Abhängigkeit von $\frac{\Omega}{\omega_0}$.

5.28

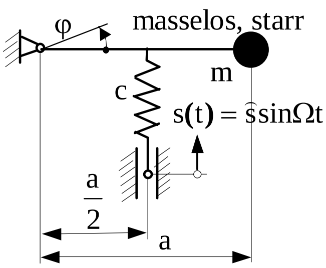


Durch einen Kurbeltrieb wird die Masse m über einen starren Hebelarm in Schwingungen versetzt.

Geg.: n = 150 *min*$^{-1}$, r = 1,5 *cm*, m = 10 *kg*, $\frac{a}{b} = \frac{1}{2}$

Ges.: Federkonstante c, so daß die Amplitude der erzwungenen Schwingung gleich der statischen Auslenkung der Feder ist. (Es sei r << h)

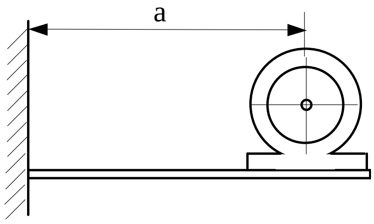
5.29



Ein reibungsfrei drehbar gelagerter masseloser Hebel trägt an seinem Ende die Punktmasse m. Er wird über die Feder zu Schwingungen angeregt. Die gezeichnete Lage sei die Gleichgewichtslage. Man bestimme bei Annahme kleiner Ausschläge die Eigenkreisfrequenz des Schwingers sowie Bewegung und Amplitude der stationären erzwungenen Schwingungen.

Geg.: m, a, c, $\hat{s}$, Ω Ges.: ω_0, $\varphi(t)$, $\hat{\varphi}$

5.30



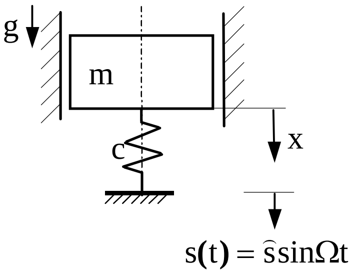
Ein Elektromotor mit der Gesamtmasse m ist auf den freien Enden zweier paralleler, horizontaler, fest eingespannter Träger montiert. Der Anker des Motors hat die Masse m_A und die Drehzahl n, sein Schwerpunkt hat von der Wellenachse den Abstand r. Der Elastizitätsmodul des Trägermaterials sei E. Man bestimme das Flächenträgheitsmoment der Träger so, daß die Amplitude der erzwungenen Schwingungen den gegebenen Wert $\hat{y}$ nicht überschreitet. Die Masse der Träger sei vernachlässigbar.

Geg.: m = 1200 *kg*, m_A = 200 *kg*, a = 1,5 *m*, n = 1500 *min*$^{-1}$

$r = 0{,}05\ mm$, $E = 2 \cdot 10^5\ Nmm^{-2}$, $\hat{y} = 0{,}5\ mm$

Ges.: Flächenträgheitsmoment I

5.31



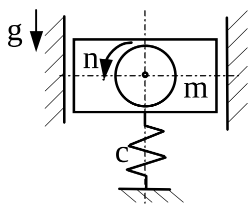
Ein in der senkrechten Richtung geführtes Einmassensystem wird durch die Bewegung der Stütze zu Schwingungen angeregt.

Geg.: $m = 1\ kg$, $\hat{s} = 1\ mm$, g, Erregerfrequenz $f_{Err.} = 25\ Hz$

Ges.: Für den stationären Betrieb sind zu ermitteln:

1. Amplitude $|\hat{x}|$, wenn die Federkonstante $c_1 = 1000 Ncm^{-1}$ beträgt,
2. Federkonstante c_2, wenn die Amplitude $|\hat{x}| = \frac{\hat{s}}{3}$ beträgt,
3. Betrag der maximalen Federkraft für 1. und 2.

5.32



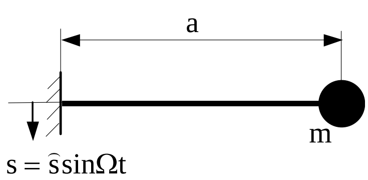
Eine elastisch gelagerte Maschine läuft mit der konstanten Drehzahl n und wird durch die Unwuchtkraft $\hat{F}$ zu Schwingungen erregt.

Geg.: $m = 10\ kg$, $n = 1500\ min^{-1}$, $\hat{F} = 100\ N$

Ges.: Für den stationären Betrieb sind zu ermitteln:

1. Amplitude $|\hat{x}|$, wenn die Federkonstante $c = 4 \cdot 10^3 Ncm^{-1}$ beträgt,
2. Federkonstante c, wenn nur 1/8 der Unwuchtkraft auf das starre Fundament übertragen werden darf,
3. Betrag der maximalen Federkraft für 1. und 2.

5.33



Eine Punktmasse, die durch eine masselose Blattfeder mit einem bewegten Fundament verbunden ist, wird zu Schwingungen erregt.

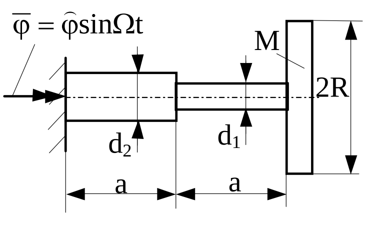
Geg.: Eigenkreisfrequenz ω_0 des Systems Feder-Masse (bei festem Fundament) ohne Dämpfung, Kreisfrequenz und Amplitude der Fundamentbewegung Ω, $\hat{s}$

Der Luftwiderstand (ruhende Umgebung) soll vereinfacht als geschwindigkeitsproportionale Dämpfungskraft $F_d = b \cdot \dot{y}$ (y = Absolutausschlag der Masse m) berücksichtigt werden.

Ges.: 1. Relativausschlag der Masse m

2. Phasenwinkel φ^* zwischen s und y

5.34



Auf der skizzierten masselosen Welle ist eine dünne, homogene Scheibe befestigt. Das System wird harmonisch erregt.

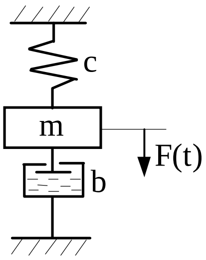
Geg.: $d_1 = 2\ cm$, $d_2 = 3\ cm$, $a = 50\ cm$, $M = 100\ kg$, $R = 20\ cm$
$G = 8 \cdot 10^6\ Ncm^{-2}$

Ges.: Für den stationären Betrieb sind zu ermitteln:

1. Eigenkreisfrequenz
2. Winkelamplitude der Absolutbewegung der Scheibe bei

Erregung mit $\Omega = 50\ s^{-1}$ im stationären Fall
3. Skizze der Vergrößerungsfunktion mit Angabe des Betriebszustandes.

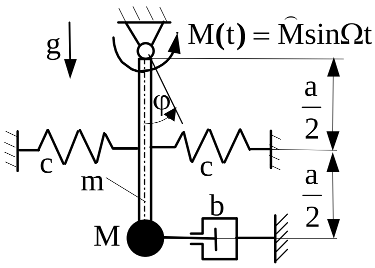
5.35



An der Masse des skizzierten Schwingungssystems mit geschwindigkeitsproportionaler Dämpfung greift eine harmonische Erregerkraft $F(t) = \hat{F}\sin\Omega t$ an. Man bestimme für die stationäre erzwungene Bewegung diejenige Erregerfrequenz Ω_1, für die die Amplitude ein Maximum wird. Wie groß muß dann die Federkonstante c sein, damit die Maximalamplitude $\hat{x}_{\mathbf{max}}$ beträgt?

Geg.: $m = 20\ kg,\ \hat{F} = 200\ N, \hat{x}_{\max} = 10\ cm,\ b = 50\ Nsm^{-1}$
Ges.: Ω_1, c

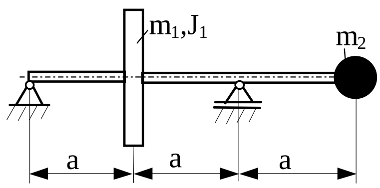
5.36



Am Ende eines starren Stabes der Masse m und der Länge a ist eine Punktmasse M befestigt. Die Schwingungen des Systems werden durch ein harmonisches Moment erregt und durch einen geschwindigkeitsproportionalen Dämpfer gedämpft. In Stabmitte sind zwei Federn angebracht.

Geg.: c, a, M, m, b, g, $\hat{M}$, Ω
Ges.: Schwingungsausschlag $|\hat{\varphi}|$ für kleine Ausschläge

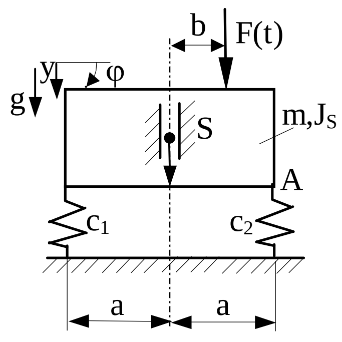
5.37



Eine nichtrotierende masselose Welle, die eine Scheibe und eine Punktmasse trägt, führt Biegeschwingungen aus.

Geg.: $m_1 = m_2 = m$, J_1, a, EI = konst.
Ges.: 1. Koeffizientendeterminante zur Bestimmung der Eigenkreisfrequenzen
2. Eigenfrequenzen bei Vernachlässigung von J_1
3. Amplitudenverhältnisse und Skizze der Schwingungsformen ($J_1 = 0$)

5.38

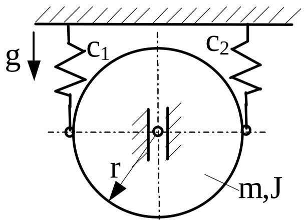


$F(t) = \hat{F}\,\mathbf{cos}^2\,\Omega t$

Die in senkrechter Richtung wirkenden Federn eines ebenen Fundaments werden im unbelasteten Zustand eingebaut.

Geg.: m, J_S, b, a, g, $\hat{F}$, Ω, c_1, c_2
Ges.: Wie weit entfernt sich der Punkt A in senkrechter Richtung im Betrieb vom Einbauzustand?
a.) für $c_1 \neq c_2$
b.) für $c_1 = c_2 = c$

5.39

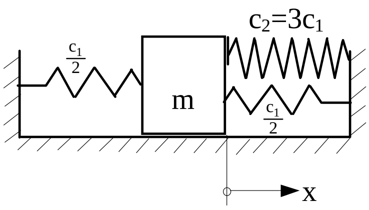


Ein homogener Zylinder (Masse m, Massenträgheitsmoment J) kann sich in einer senkrechten Führung reibungsfrei bewegen.

Geg.: m, g, r, $c_1 = 2c$, $c_2 = c$, $J = \dfrac{m}{2} r^2$

Ges.: Eigenkreisfrequenzen

5.40

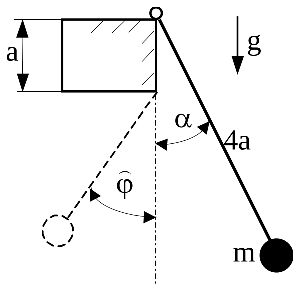


Das skizzierte Schwingungssystem bewegt sich reibungsfrei. Bei x = 0 ist die Feder c_2 entspannt (reine Druckfeder).

Geg.: $c_1 = 10\ Ncm^{-1}$, $m = 1\ kg$
Anfangsbedingungen: t = 0: x = 1 cm, $\dot{x} = 0$

Ges.:
1. Schwingungsdauer
2. maximale Geschwindigkeit
3. Betrag der Beschleunigung in der rechten Endlage
4. Betrag der Beschleunigung in der linken Endlage

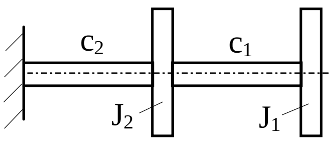
5.41



Für das skizzierte Pendel sind zu berechnen:
1. Schwingungsdauer T für kleine Ausschläge,
2. Amplitude $\hat{\varphi}$, wenn das Pendel um den Winkel α aus der Ruhelage ausgelenkt wird.

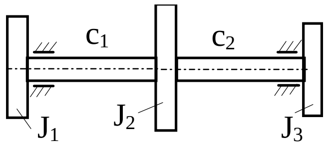
Geg.: m,a,g,α

5.42

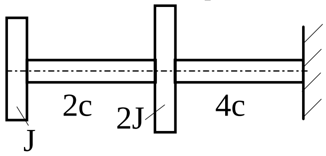


Torsionsschwingungssystem
Geg.: $c_1 = c_2 = c$, $J_1 = J_2 = J$
Ges.:
1. Eigenfrequenzen
2. Eigenschwingungsformen

5.43



Zahlenbeispiel:



Torsionsschwingungssystem

Geg.: J_1, J_2, J_3, c_1, c_2

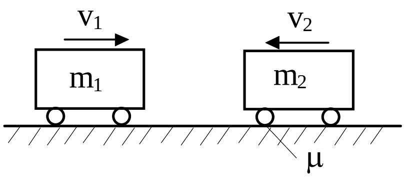
Anfangsbed. Scheibe 1: t = 0: $\varphi_1(0) = \varphi_0$, $\dot{\varphi}_1(0) = 0$

Ges.:
1. Differentialgleichungen nach Lagrange 2. Art
2. Eigenfrequenzen
3. allgemeine Lösungen $\varphi_i(t)$
4. allgemeine Lösungen $\varphi_i(t)$ für das Zahlenbeispiel

Welche Anfangsbedingungen müssen für die Scheibe 2 erfüllt sein, damit bei den gegebenen Anfangsbedingungen der Scheibe 1 das System nur in der Grundschwingungsform schwingt?

6. Stoßvorgänge

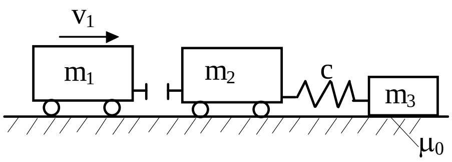
6.1



Zwei Fahrzeuge stoßen mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 frontal zusammen. Nach dem vollkommen plastischen Stoß rutschen beide Fahrzeuge mit blockierten Rädern die Strecke s nach rechts.

Geg.: m_1, m_2, v_2, s, μ
Ges.: Man ermittle die Geschwindigkeit v_1 des Fahrzeuges unmittelbar vor dem Zusammenstoß!

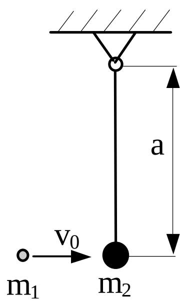
6.2



Ein Wagen stößt mit der Geschwindigkeit v_1 ideal-plastisch gegen einen stehenden Wagen, der ebenfalls reibungsfrei rollen kann und über eine Feder an einen Klotz gekoppelt ist. Der Klotz liegt auf einer rauhen Unterlage.

Geg.: m_1, m_2, m_3, v_1, c, μ_0
Ges.: 1. Die Geschwindigkeit des zweiten Wagens nach dem Stoß,
2. Wie groß darf v_1 höchstens sein, damit der Klotz nicht rutscht?

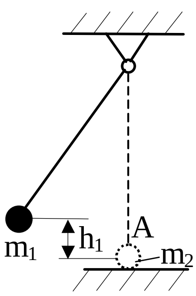
6.3



Eine Kugel prallt ideal-elastisch auf eine an einem Faden hängende zweite Kugel. Der Faden kann maximal die Kraft F_{smax} aufnehmen.

Geg.: m_1, m_2, a, F_{smax}
Ges.: Bei welcher Aufprallgeschwindigkeit v_0 reißt der Faden?

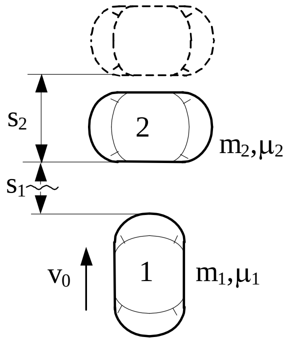
6.4



Ein an einem Faden hängender Massenpunkt m_1 wird in der Höhe h_1 ohne Anfangsgeschwindigkeit losgelassen und stößt in A auf eine ruhende Masse m_2.

Geg.: m_1, $m_2 = 2m_1$, h_1, $k = 0{,}8$ (Stoßzahl)
Ges.: 1. Auf welche Höhe h_2 schwingt die Masse m_1 zurück?
2. Die Geschwindigkeit der Masse m_2 nach dem Stoß.

6.5

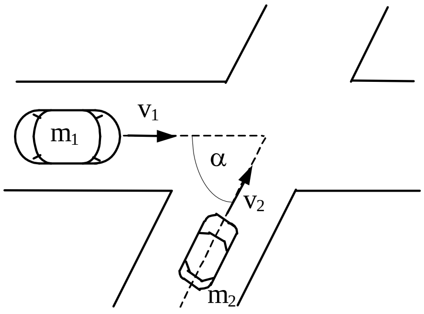


Ein PKW 2 schleudert auf nasser Fahrbahn und bleibt quer stehen. Trotz Vollbremsung ab der Entfernung s_1 prallt der nachfolgende Wagen 1 so stark auf, daß der Wagen 2 die Strecke s_2 weiterrutscht.

Geg.: $m_1 = 2m_2$, $\mu_1 = \mu_2 = 1/3$, $k = 0{,}2$ (Stoßzahl),
$s_1 = 50\ m$, $s_2 = 10\ m$

Ges.: Wie groß war die Geschwindigkeit v_0 des Wagens 1 vor dem Bremsen?

6.6

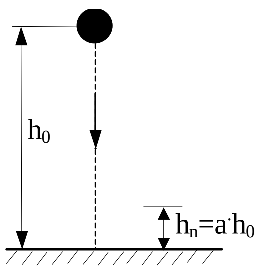


Auf einer Kreuzung stoßen zwei Fahrzeuge mit den Geschwindigkeiten v_1 und v_2 zusammen.
Annahme: Der Stoß sei plastisch

Geg.: m_1, m_2, v_1, v_2, α

Ges.: 1. Betrag und Richtung der Geschwindigkeit unmittelbar nach dem Stoß,
2. der Energieverlust beim Stoß.

6.7

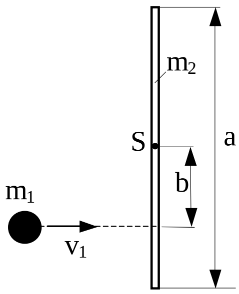


Zur Bestimmung der Stoßzahl k wird eine Kugel aus der Höhe h_0 ohne Anfangsgeschwindigkeit fallengelassen. Nach n-maligem Aufprallen auf die starre ebene Unterlage steigt die Kugel nur noch auf das a-fache der Ausgangshöhe h_0 ($a < 1$).

Geg.: h_0, n, a

Ges.: Wie groß ist die Stoßzahl k?

6.8

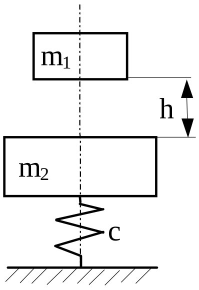


Eine Punktmasse m_1 stößt mit der Geschwindigkeit v_1 exzentrisch gegen einen auf einer glatten Ebene ruhenden homogenen Stab der Masse m_2.

Geg.: m_1, a, v_1, $m_2 = 2m_1$, $b = \frac{a}{4}$

Ges.: Für einen rein elastischen Stoß bestimme man die Bewegungen der Punktmasse und des Stabes.

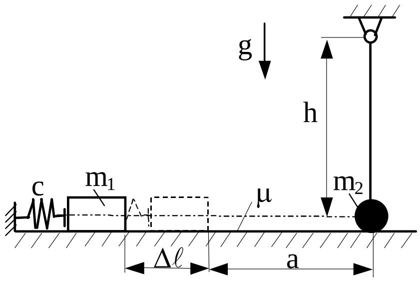
6.9



Die Masse m_1 fällt aus einer Höhe h auf eine durch eine Feder abgestützte Masse m_2.

Geg.: $m_1 = 50\ kg$, $m_2 = 25\ kg$, $c = 400\ Ncm^{-1}$, $h = 2\ m$
Ges.: Maximale Zusammendrückung der Feder bei vollkommen plastischem Stoß!

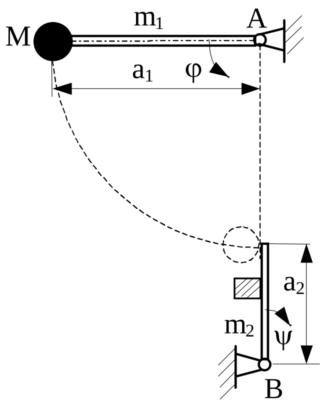
6.10



Eine Feder der Steifigkeit c wird um Δl zusammengedrückt und katapultiert dann eine Masse m_1 (Anfangsgeschwindigkeit = 0) auf einer rauhen Unterlage (Reibkoeffizient μ) gegen ein Pendel, das aus einer Punktmasse m_2 und einem star-ren, masselosen Stab der Länge h besteht. Der Stoß sei elastisch.

Geg.: a, h, $m_1 = 2m$, $m_2 = m$, g, c, μ, $\Delta\ell$
Ges.: 1. Wie groß ist bei gegebenem $\Delta\ell$ die Geschwindigkeit von m_1 unmittelbar vor dem Stoß?
2. Wie groß ist die Geschwindigkeit von m_2 unmittelbar nach dem Stoß?
3. Wie groß muß $\Delta\ell = \Delta\ell_{min}$ mindestens sein, damit sich das Pendel überschlägt?

6.11

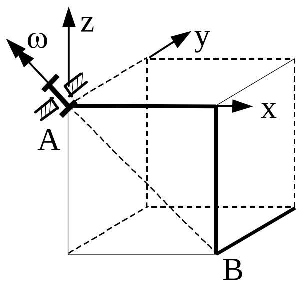


Ein in A gelagertes Pendel wird ohne Anfangsgeschwindigkeit aus der horizontalen Lage gestartet und stößt in der vertikalen Lage gegen einen in B drehbar gelagerten homogenen Stab.

Geg.: a_1, a_2, m_1, m_2, M, g, Stoßzahl k
Ges.: Winkelgeschwindigkeit $\dot{\psi}$ des Stabes 2 beim Durchgang durch die vertikale Lage ($\psi = 180°$).

7. Dreidimensionale Bewegung des starren Körpers

7.1

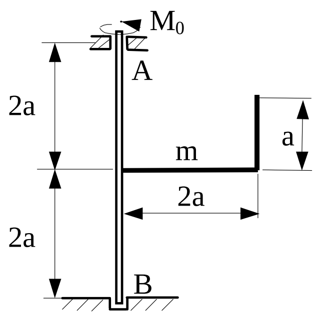


Der dargestellte räumliche Rahmen besteht aus drei Stäben gleicher Länge a und gleicher Masse m. Sie sind orthogonal miteinander verschweißt und in A drehbar gelagert. Der Rahmen dreht sich um die Achse AB mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω.

Geg.: m, a, ω

Ges.: 1. Der Trägheitstensor bezüglich A für das körperfeste Koordinatensystem x, y, z.
2. Das Moment in A für den sich drehenden Rahmen.

7.2

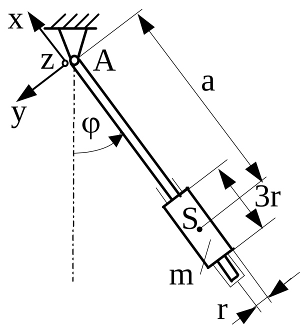


Ein homogener abgewinkelter Stab der Masse m ist an einer masselosen Welle befestigt. Diese wird durch ein Moment M_0 angetrieben.

Geg.: m, a, M_0

Ges.: 1. Die Bewegungsgleichung,
2. die Lagerreaktionen in A und B.

7.3

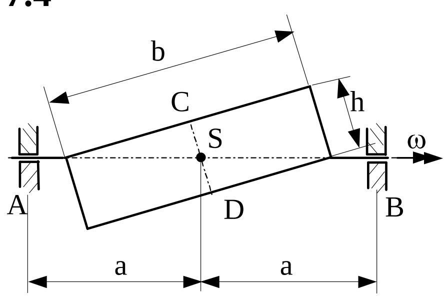


Ein homogener Zylinder kann reibungsfrei um einen masselosen Stab rotieren. Der Stab ist in A um die z-Achse reibungsfrei drehbar gelagert. Zur Zeit t = 0 hat der Stab eine Anfangsauslenkung φ_0 ($\varphi_0 << 1$), seine Winkelgeschwindigkeit sei Null. Der Zylinder rotiert zu dieser Zeit mit der Winkelgeschwindigkeit Ω_0 relativ zum Stab.

Geg.: m, r, a; Anfangsbed.: t = 0: $\dot{\varphi} = 0, \varphi = \varphi_0, \Omega = \Omega_0$

Ges.: 1. Die Winkelgeschwindigkeit $\Omega(t)$ des Zylinders,
2. die Auslenkung $\varphi(t)$ des Stabes,
3. das auf das Lager wirkende Moment.

7.4

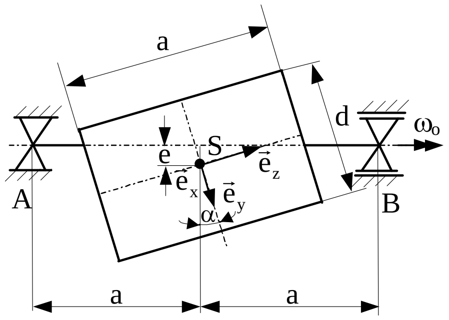


Eine homogene dünne Rechteckscheibe der Masse m rotiert mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω um eine feste Achse.

Geg.: m, a, b, h, ω

Ges.: Wie groß sind die Lagerreaktionen in A und B?

7.5



Eine statisch bestimmt gelagerte, starre, masselose Welle trägt einen schief und exzentrisch angeordneten homogenen, kreiszylindrischen Körper und rotiert mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit ω_0 (siehe Skizze).

Geg.: $m,\ d,\ \omega_0,\ e,\ \alpha,\ a = \frac{3}{2}d$

Ges.: Lagerreaktionen bei A und B (ohne Eigengewicht)

***Hinweis*:** Für das eingezeichnete Koordinatensystem gilt: $J_{yy} = \frac{1}{2}J_{zz} + \frac{m}{12}a^2$.